Universidade Federal do ABC
Bacharelado em Matemática & Licenciatura em Matemática
Bacharelado em Ciência e Tecnologia
Bacharelado em Ciências e Humanidades

Evolução dos Conceitos Matemáticos

Código da disciplina: BC 1438
Créditos: 4 – 0 – 4
Período: segundo quadrimestre letivo (setembro - dezembro), 2012
Docente : Roque Caiero
Atendimento: *campus* Santo André, Bloco B, sala 1011
e-mail: roque.caiero@ufabc.edu.br

Turma: A, matutino, *campus* Santo André

Disciplinas sugeridas como requisito mínimo: Bases Matemáticas; Funções de uma Variável, Bases Epistemológicas da Ciência Moderna, História da Matemática

OBJETIVOS

A interrogação acerca da motivação para estudar matemática pode encontrar uma resposta imediata. No cotidiano, reconhecem-se o valor instrumental da matemática e dos procedimentos matemáticos aplicados. Não obstante, há uma percepção desconcertante quando se enunciam as interrogações a respeito do valor intrínseco e epistêmico, da *natureza da própria matemática* e, sobretudo, de seus sistemas conceituais, quais os fundamentos, quais seus temas ou seu domínio de investigação, qual seu método e seu objeto, quais as raízes históricas e conceituais, por exemplo, da geometria ou da álgebra. A apresentação em ordem cronológica não deve insinuar a crença que o conteúdo temático restringe-se a um relato histórico acerca do desenvolvimento gradual das concepções e conceitos em matemática. A ordem reflete parcialmente o enredo conceitual e metodológico, entretanto existem desvios e rupturas temáticos, *e.g.,* motivados por questões de fundamentos, a concepção de padrão de rigor de uma prova, a própria noção de prova legítima, a historicidade da intuição intelectual e conceitual e dos problemas intrínsecos. Com efeito, a história do desenvolvimento conceitual e metodológico da matemática, parece-nos, constitui uma tessitura de filamentos que se entrelaçam de modo mútuo, inexorável e na qual a ruptura tem sombras de permanências, a tessitura modifica-se e não se rompe. Contrariamente aquela crença ingênua que a matemática teria sua origem, há milhares de anos no passado, a partir de algumas pequenas e simplórias atitudes cotidianas; e, então, gradual e linearmente amplia-se. Uma breve ilustração, a separação entre a intuição acerca das noções e suposições assumidas e as conseqüências logicamente derivadas, revelando um resultado inesperado, por exemplo, o surgimento dos números irracionais na matemática greco-helênica; a abstração de *algo* e o *algo* abstrato; e a formulação de métodos distintos de caracterizar axiomaticamente um objeto conceitual evidenciando distintas propriedades. A compreensão que a *natureza* e o *significado da matemática* modificam-se na realização dessa história, que se tornam diferentes nos diversos momentos conceituais e metodológicos, associa-se à percepção e ao entendimento que há *algo* que permanece familiar e surpreende. Alteram-se os métodos, os modos de caracterizar os objetos, os conceitos, a relevância das questões e dos temas e os padrões de rigor, todavia há uma permanência entre rupturas. Nessa tessitura, realiza-se e emerge a própria concepção de *natureza* da matemática, ou natureza conceitual da matemática. Por conseguinte, tão-somente podemos estudá-la quando investigamos os conceitos e os métodos que constituem *a matemática* — ou, de modo expressivo, *as matemáticas* — em diversos momentos históricos.

COMPETÊNCIAS

O conteúdo temático da disciplina revela-se uma delicada caminhada intelectual entre um tratamento que não pode ser muito breve e exíguo e outro muito extenso e detalhista; e, bem assim, não será um relato cronológico das realizações dos matemáticos individuais ou das variadas civilizações. O tema exige alguma maturidade matemática porque se estuda *matemática* e *aspectos de metamatemática*. Pretende-se que a dedicação inspire um entendimento e uma percepção intelectual a respeito da *construção* ou da *descoberta* da matemática e, então, seus conceitos, seus métodos e sua realização histórica. Em especial, o estudante deverá aproximar-se de uma compreensão da matemática *per se* como uma realização, ou uma descoberta, do homem em sua história. Estudar-se-ão alguns problemas que possibilitam destacar de modo significativo para o estudante alguns momentos conceituais e as modificações acontecidas. Evidencia claramente a necessidade de algum do estudo efetivo de matemática. Não obstante, a história da modificação da *natureza da matemática* constitui tema de fundamentos, filosofia e análise de conceitos.

PROGRAMA

1. Matemática anterior e exterior à *Grécia Helênica*
 1.1. A natureza empírica dos conceitos da matemática, domínio e método: matemática enredada nas aplicações e na intuição material

2. Matemática da *Grécia Helênica* e dos *Elementos* de Euclides: geometria, números e rigor
 2.1. Indução e dedução: a noção de prova matemática
 2.2. A noção de prova legítima e a caminhada para a abstração conceitual
 2.3. O método axiomático material e sua utilização
 2.4. *Elementos* de Euclides e o estabelecimento de um padrão de método e de rigor
 2.5. A estranheza dos números irracionais, a concepção de infinito, alguns paradoxos e o método de exaustão
 2.6. Geometria, álgebra geométrica e álgebra de números (ou protonúmeros)

3. O cálculo diferencial e integral e o sistema de números
 3.1. Geometria analítica e álgebra concreta
 3.2. As noções de *infinitésimos* e os métodos de diferenciação e de integração
 3.3. A natureza dos objetos conceituais e a matemática ambígua do cálculo diferencial e integral: curvas, equação, função, séries e as noções de infinito
 3.4. Os números naturais, os números inteiros, os números racionais e os números irracionais
 3.5. Características operacionais e conceituais do cálculo diferencial e integral e o significado do sistema de números: os conceitos e a natureza do objeto e do método matemático
 3.6. O rigor e a concepção abstrata da análise e do sistema de números reais

4. Estruturas algébricas
 4.1. Surgimento e liberação conceitual da noção de álgebra: o caminho da abstração
 4.2. Uma linguagem matemática para a expressão da matemática abstrata
 4.3. O método axiomático modifica-se e os métodos de prova modificam-se, alteram-se os conceitos, os objetos e o rigor
 4.4. Álgebra e geometria: modifica-se a natureza da geometria
 4.5. Álgebra e equações
 4.6. Estruturas algébricas, por exemplo, grupo, corpo e anel

5. Geometrias não-euclidianas: liberação do mundo empírico e da axiomática material
 5.1. Descoberta e significado das geometrias não-euclidianas
 5.2. D. Hilbert e H. Poincaré: fundamentos da geometria
 5.3. Método axiomático formal na geometria
 5.4. A matemática não se reporta imediatamente a quantidades e medições; e, tampouco, justifica-se por intermédio de experimentos ou significados empíricos

6. Teoria de conjuntos e fundamentos da matemática
 6.1. Origem da teoria de conjuntos: números reais e a noção de conjunto
 6.2. Caracterização de conjunto, os paradoxos e teoria axiomática de conjuntos
 6.3. Conjuntos e fundamentos da matemática
 6.4. As noções de conjunto finito e conjunto infinito
 6.5. As estruturas matemáticas *à la* Bourbaki: matemática formal e abstrata

BIBLIOGRAFIA BÁSICA

BURTON, David M. *The history of mathematics: an introduction*. Columbus, McGraw-Hill, 7.ed., 2010

CORRY, Leo. “La teoría de las proporciones de Eudoxio vista por Dedekind”, *Mathesis*, n. 10, 1994, p. 35-68

CORRY, Leo. *Modern algebra and the rise of mathematical structures*. Basel, Birkhäuser, 2004.

EDWARDS, C.Henry Jr. *The historical development of the calculus*. New York, Springer, 1994.

EUCLIDES. *Os elementos*. São Paulo, UNESP, 2009.

EVES, Howard. *Foundations and fundamental concepts of mathematics*. Mineola (New York), Dover, 3.ed., 1997.

EVES, Howard. *Introdução à história da matemática*. Campinas, UNICAMP, 4.ed., 2004.

EWALD, William B. (ed). *From Kant to Hilbert: a source book in the foundations of mathematics*. Oxford, Oxford University,vols. 1 e 2, 2007.

FERREIRÓS, José. *Labyrinth of thought: a history of set theory and its role in modern mathematics*. Basel, Birkhäuser, 2.ed., 2007.

GRATTAN-GUINNESS, Ivor. *From the calculus to set theory, 1630-1910: introductory history*. London. Duckworth, 1980.

GREENBERG, Marvin J. *Euclidean and non-Euclidean geometries: development and history*. New York , W. H. Freeman, 4.ed., 2007.

HEATH, Thomas L. *Euclid: the thirteen books of "The Elements"*. Mineola (New York), Dover, 2.ed., 1956.

HILBERT, David. *Fundamentos da geometria*. Lisboa, Gradiva, 2003.

MANCOSU, Paolo. *Philosophy of mathematics and mathematical practice in the seventeeth century*. Oxford, Oxford University, 2008.

MUELLER, Ian. "Euclid's Elements and the axiomatic method", *British Journal for Philosophy of Science*, v. 20, n. 4, December, 1969, p. 289-309.

ORE, Oystein. *Number theory and its history*. Mineola (New York), Dover, 1948.

TILES, Mary. *The philosophy of set theory: an historical introduction to Cantor's paradise*. Mineola (New York), Dover, 1989.

WUSSING, Hans. *The genesis of the abstract group concept*. Mineola (New York), Dover, 2007.

BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR

ASPRAY, William & KITCHER, Philip (eds). *History and philosophy of modern mathematics*. Minneapolis, University of Minnesota, 1988.

BARON, M. *The origins of infinitesimal calculus*. Mineola (New York), Dover, 1969.

BENACERRAF, Paul & PUTNAM, Hilary (eds). *Philosophy of mathematics: selected readings*. Cambridge, Cambridge University, 1983.

BERKELEY, George. "O analista: ou um discurso dirigido a um matemático infiel", *Scientiae Studia*, v. 8, n. 4, 2010, p. 633-676.

BOYER, Carl. B. *História da matemática*. São Paulo, Edgard Blücher, 2.ed., 1996.

BOYER, Carl. B. *The history of the calculus and its conceptual development*. Mineola (New York), Dover, 1959.

BOYER, Carl. B. *History of the analytic geometry*. Mineola (New York), Dover, 2004.

CAJORI, Florian. *Uma história da matemática*. Rio de Janeiro, Ciência Moderna, 2007.

CAJORI, Florian. *A history of mathematical notations, vol. 1*. New York, Cosimo, 2007.

CAJORI, Florian. *A history of mathematical notations, vol. 2*. New York, Cosimo, 2007.

CAJORI, Florian. *A history of the conceptions of limits and fluxions in Great Britain,* *from Newton to Woodhouse*. Charleston (South Carolina), Nabu Press (BiblioLabs LLC), 2010.

CANTOR, Georg. *Contributions to the founding of the theory of transfinite numbers*. Mineola (New York), Dover, 1955.

COURANT, Richard & ROBBINS, Herbert. *O que é matemática?* Rio de Janeiro, Ciência Moderna, 2000.

DEDEKIND, Richard. *Essays on the theory of numbers*. Mineola (New York), Dover, 1963.

GUICCIARDINI, Niccolò. *Reading the Principia: the debate on Newton's mathematical methods for natural philosophy from 1687 to 1736*. Cambridge, Cambridge University, 1999.

HACKING, Ian. *The emergence of probability: a philosophical study of early ideas about probability, induction and statistical inference*. Cambridge, Cambridge University, 1999.

HEATH, Thomas L. *A history of Greek mathematics: from Tales to Euclid*. Mineola (New York), Dover, 1981.

HEATH, Thomas L. *A history of Greek mathematics: from Aristarchus to Diophantus*. Boston, Adamant Media, 2000.

HEATH, Thomas L. *The works of Archimedes*. Mineola (New York), Dover, 2002.

HILBERT, David. *The foundations of geometry*. Whitefish, Kessinger Publishing, 2010.

KATZ, Victor J. *A history of mathematics*. New York, Addison Wesley, 3.ed., 2008.

KATZ, Victor J. *História da matemática*. Lisboa, Fundação Calouste Gulbenkian, 2010.

KLEIN, Jacob. *Greek mathematical thought and the origin of algebra*. Mineola (New York), Dover, 1992.

KLEINER, Israel. *A history of abstract algebra*. Boston, Birkhäuser, 2007.

KÖRNER, Stephan. *The philosophy of mathematics: an introductory essay*. Mineola (New York), Dover, 2009.

KRAGH, Helge. *Introdução à historiografia da ciência*. Porto, Porto Editora, 2001.

LEIBNIZ, Gottfried W. *The early mathematical manuscripts of Leibniz*. Mineola (New York), Dover, 2005.

MANCOSU, Paolo (ed). *From Brouwer to Hilbert: the debate on the foundations of mathematics in 1920s*. Oxford, Oxford University, 1998.

MUELLER, Ian. *Philosophy of mathematics and deductive structure in Euclid's Elements*. Mineola (New York), Dover, 4.ed., 2006.

PESIC, Peter. *Abel’s proof: an essay on the source and meaning of mathematical unsolvability*. Cambridge (Massachusetts), MIT, 1976.

PESIC, Peter. *Beyond geometry: classic papers from Riemann to Einstein*. Mineola (New York), Dover, 2007.

SILVA, Jairo J. *Filosofias da matemática*. São Paulo, UNESP, 2007.

SMITH, David E. *A source book in mathematics*. Mineola (New York), Dover, 1984.

STILLWELL, John. *Mathematics and its history*. Berlin, Springer, 2010.

STILLWELL, John. *The four pillars of geometry*. Berlin, Springer, 2005.

STRUIK, Dirk J. *A concise history of mathematics*. Mineola (New York), Dover, 4.ed., 1987.

TILES, Mary. *The philosophy of set theory: an historical introduction to Cantor's paradise*. Mineola (NY), Dover, 2004.

MÉTODOS UTILIZADOS

Aulas expositivas; leitura de textos selecionados; e atividades complementares de caráter não obrigatório.

ATIVIDADES DISCENTES

Leituras de textos; e pesquisas elaboradas a partir de questionários de estudo; exposição com argüição de resoluções elaboradas pelos estudantes acerca de questões previamente preparadas.

CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO DE APRENDIZAGEM

Valor final de avaliação a disciplina, calcular-se-á a partir da média aritmética das atividades de avaliação apresentadas individualmente. As datas, o número e as formas de avaliações serão estabelecidos pelos docentes da disciplina.

NORMAS DE RECUPERAÇÃO (CRITÉRIOS DE APROVAÇÃO E ÉPOCAS DE REALIZAÇÃO DAS PROVAS OU TRABALHOS)

Procedimentos e critérios de avaliação individual consistem da resolução de questões selecionadas e determinadas levando em conta os questionários de estudo. As resoluções elaboradas pelo estudante deverão ser entregues em datas determinadas explicitamente e devem satisfazer estritamente condições estabelecidas quanto à apresentação. Também, haverá argüições públicas a respeito das resoluções elaboradas.