Avaliação Educacional

Daniel

21 de Novembro de 2018

Universidade Federal do ABC

TRI

TRI

A Teoria de Resposta ao Item é um conjunto de modelos matemáticos (probabilísticos e estatísticos) que possibilita a construção de um sistema de comparação de traços latentes. A construção desse sistema de comparação é feita por meio de variáveis observáveis relacionadas ao traço latente.

Traço latente

São características implícitas de um ser humano.

- Ansiedade
- Nível de estresse
- Habilidades cognitivas
- Proficiência em uma determinanda área do conhecimento humano

Variáveis observáveis de um traço latente

Ansiedade

1. Constantemente está preocupado ou tenso com alguma coisa?
2. Frequentemente tem cólicas intestinais?
3. Você tem facilidade para dormir?
4. Constantemente tem taquicardia ou palpitações?
5. Raramente fica nervoso?
6. Tem facilidade em permanecer concentrado?
7. Em uma conversa, você geralmente fala mais do que o outro?
8. Em uma conversa, você geralmente escuta mais do que o outro?
9. Você acredita que algo ruim vai acontecer se certas coisas não forem feitas de uma determinada maneira?
10. Frequentemente tem falta de ar ou fica ofegante?

Analogia com a altura

Imagine que duas pessoas, A e B, responderam o questionário.

1. Uso roupas do tamanho pequeno? A Sim - B Não
2. Uso roupas do tamanho grande? A Não - B Sim
3. Compro calçados de numeração abaixo de 36? A Sim - B Não
4. Compro calçados de numeração acima de 42? A Não - B Sim
5. Numa fila por ordem de tamanho, você sempre é um dos últimos? A Não - B Sim
6. Numa fila por ordem de tamanho, você sempre é um dos primeiros? A Sim - B Não

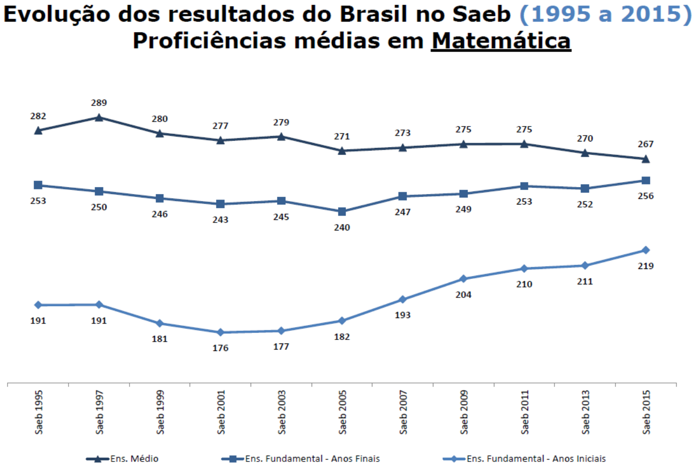
Hipótese da unidimensionalidade

A unidimensionalidade é a hipótese de que existe um traço latente dominante responsável pelas respostas dada ao conjunto de peguntas. Por exemplo, em uma avaliação de Matemática, é natural supor que o traço latente predominante é o conhecimento que o indivíduo possui em Matemática.

Por que utilizar a TRI?

1. O desempenho é consequência apenas do conhecimento do indivíduo, ou seja, o instrumento de avaliação não interfere no resultado final;
2. Monitorar a evolução das habilidades desenvolvidas ao longo da trajetória escolar;
3. Acompanhar o progresso de um sistema educional estabelecendo comparações entre grupos de alunos submetidos a provas diferentes e entre alunos em anos escolares distintos.

Exemplo: SAEB



TRI

A palavra item na TRI significa questão ou pergunta. A TRI fornece um modelo para representar a probabilidade de um indivíduo dar uma certa resposta a um item em função do traço latente em estudo e dos parâmetros do item. Em avaliações de larga escala, é utilizado o modelo logísitco de três parâmetros.

$$\mathbb{P}\left(X_{ji}|\theta_j\right) = c_i + \frac{\left(1 - c_i\right)}{1 + \exp\left[-Da_i\left(\theta_j - b_i\right)\right]}$$

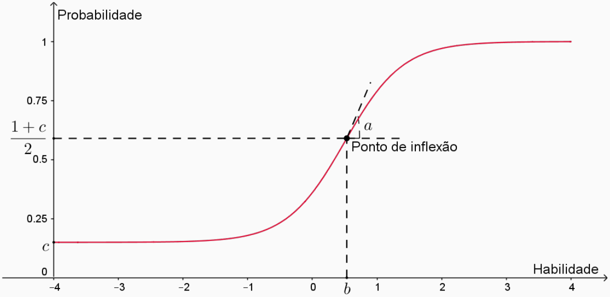
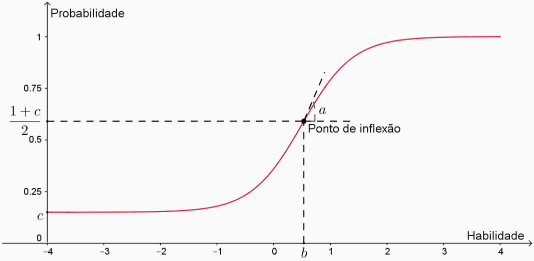


Figura 1: Curva Característica do Item - CCI

Modelo logístico de três parâmetro

$$\mathbb{P}\left(X_{ji}|\theta_j\right) = c_i + \frac{(1 - c_i)}{1 + \exp\left[-Da_i\left(\theta_j - b_i\right)\right]}$$



- c_i é o parâmetro de acerto ao acaso do item i;
- a_i é o parâmetro de discriminação do item i;

Acerto ao acaso - parâmetro c

O valor de c é dado quando a habilidade θ em estudo tende a $-\infty$, ou seja:

$$\lim_{\theta \longrightarrow -\infty} \mathbb{P}(X = 1|\theta) = c$$

Na prática, o parâmetro c quantifica a probabilidade que um indivíduo, sem a habilidade mínima necessária, tem de acertar a questão.

Dificuldade do item - parâmetro b

Indica o nível de proficiência θ que um sujeito precisa possuir para ter uma probabilidade de $\frac{1+c}{2}$ de solucionar corretamente a questão.

$$\mathbb{P}\left(b = \theta\right) = \frac{1 + c}{2}$$

Quando a proficiência θ de um indivíduo coincidir com o valor do parâmetro b do item que ele está resolvendo ($\theta = b$), a probabilidade dele acertar o item é igual a probabilidade dele errar.

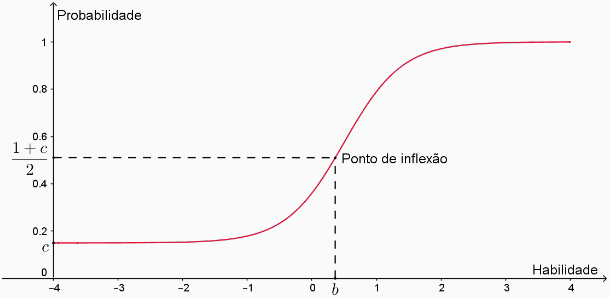
Dificuldade do item - parâmetro b

$$
\begin{aligned}
\mathbb{P}\left(X=1|\theta=b\right) &= c+\frac{(1-c)}{1+\exp\left[-Da\left(\theta-b\right)\right]}\\
&= c+\frac{(1-c)}{1+\exp\left[-Da\left(b-b\right)\right]}\\
&= c+\frac{(1-c)}{1+\exp 0}\\
&= c+\frac{(1-c)}{2}\\
&= \frac{1+c}{2}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\mathbb{P}\left(X=0|\theta=b\right) &= 1-\mathbb{P}\left(X=1|\theta=b\right)\\
&= 1-\frac{1+c}{2}\\
& \quad 1-c
\end{aligned}
$$

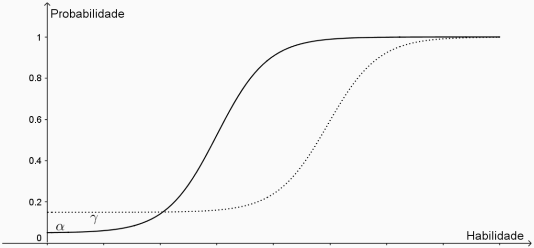
Dificuldade do item - parâmetro b

Na curva característica do item, os valores de b e de $\frac{1+c}{2}$ são as coordenadas do ponto de inflexão.



Dificuldade do item - parâmetro b

O parâmetro b é medido em uma escala padronizada em que o número 0, origem da escala, representa a proficiência média dos indivíduos submetidos ao teste e a unidade de medida é 1 desvio padrão. Teoricamente, a escala varia de $-\infty$ a $+\infty$. Na prática, varia de -3 a 3. Valores de b próximos a -3 indicam questões fáceis e próximos de 3 difíceis. Um valor de b fora do intervalo de -3 a 3 sugere um item com problema de elaboração.



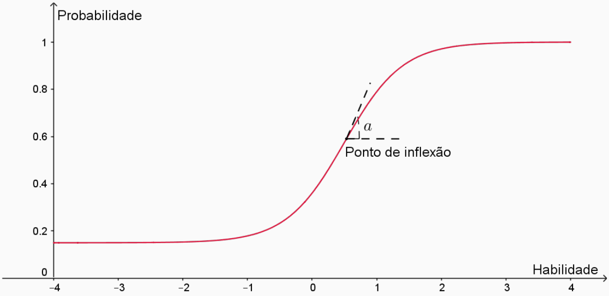
Dificuldade do item - parâmetro b

Em uma avaliação educacional em larga escala, é recomendada a distribuição de níveis de dificuldade dentro de uma curva normal. A tabela a seguir mostra a distribuição e a classificação adotada pela maioria dos autores.

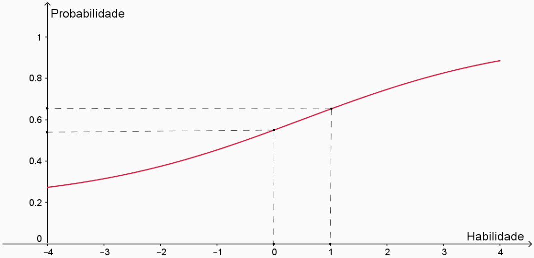
Classificação	Valores de b	$\%$*esperado*
Muito fáceis	até $-1,27$	10%
Fáceis	de $-1,27$ a $-0,51$	20%
Médias	de $-0,51$ a $0,51$	40%
Difíceis	de $0,51$ a $1,27$	20%
Muito difíceis	acima de $1,27$	10%

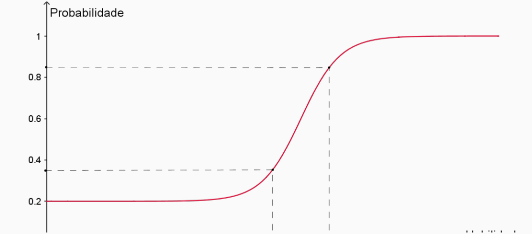
Discriminação do item - parâmetro a

A discriminação é a capacidade que o item tem de distinguir pequenas diferenças de habilidades. Um item com alto poder de discriminação pode diferenciar indivíduos com habilidades próximas do grau de dificuldade do item.



Exemplo


Probabilidade
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
Habilidade
−4
−3
−2
−1
0
1
2
3
4


Probabilidade
1
0.8
0.6
0.4
0.2

Geralmente, apenas itens que apresentam valores de discriminação superiores a $0,70$ são considerados. Alguns autores categorizam os itens de acordo com a seguinte tabela.

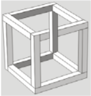
Valores	Discriminação
$a = 0,00$	Nenhuma
$0,00 < a \leq 0,35$	Muito baixa
$0,35 < a \leq 0,65$	Baixa
$0,65 < a \leq 1,35$	Moderada
$1,35 < a \leq 1,70$	Alta
$a > 1,70$	Muito alta

Exemplos

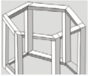
A questão foi aplicada no ENEM de 2007.

Representar objetos tridimensionais em uma folha de papel nem sempre é tarefa fácil. O artista holandês Escher (1898-1972) explorou essa dificuldade criando várias figuras planas impossíveis de serem construídas como objetos tridimensionais, a exemplo da litografia **Belvedere**, reproduzida ao lado.

Considere que um marceneiro tenha encontrado algumas figuras supostamente desenhadas por Escher e deseje construir uma delas com ripas rígidas de madeira que tenham o mesmo tamanho. Qual dos desenhos a seguir ele poderia reproduzir em um modelo tridimensional real?

A 

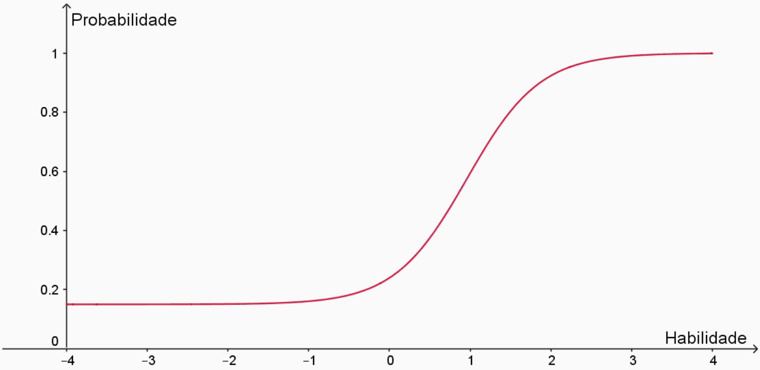
B 

C 

D 

E 

- discriminação do item: $a = 1,31$; (moderada)
- dificuldade do item: $b = 0,96$ (díficil) e
- acerto ao acaso: $c = 0,15$ (baixo).



Questão classificada no nível 300 da escala do SAEB aplicada para alunos do 9º ano.

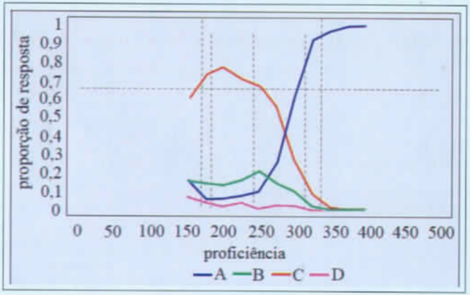
O número 0,25 pode ser representado pela fração

(A) $\frac{1}{4}$

(B) $\frac{1}{2}$

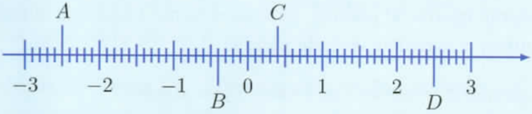
(C) $\frac{2}{5}$

(D) $\frac{1}{8}$



Exemplos do SAEB

Questão classificada no nível 375 da escala do SAEB aplicada para alunos do 3º do EM.



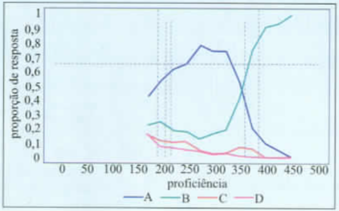
Na reta acima, qual letra indica a localização da fração $-\frac{2}{5}$?

(A) A

(B) B

(C) C

(D) D



Questão não adequada aplicada para alunos do 5º ano.

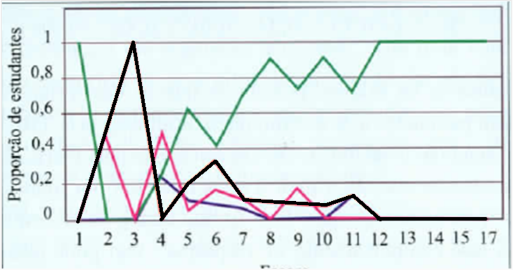
Para fazer um refresco, Mariana misturou 1 copo de suco concentrado com 3 copos de água. Quanto de suco concentrado existe na mistura total?

(A) $\frac{1}{2}$

(B) $\frac{1}{3}$

(C) $\frac{1}{4}$

(D) $\frac{1}{5}$



Escala de proficiência

Uma característica importante da TRI é que tanto o parâmetro b de dificuldade do item quanto a habilidade θ (traço latente) do indivíduo são medidos em uma mesma escala, isso permite uma interpretação pedagógica da proficiência em estudo.

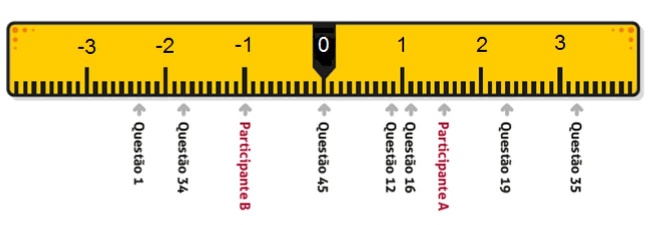


Figura 2: Escala de proficiência

Escala de proficiência

A origem da escala é a média das proficiências dos indivíduos submetidos ao teste e a unidade de medida é o desvio padrão, escala comumente representada por $(0, 1)$. Teoricamente, a escala $(0, 1)$ varia de $-\infty$ a $+\infty$. Na prática, no intervalo de:

- $-0,5$ a $0,5$ estão cerca de 38% dos casos;
- $-1,0$ a $1,0$ estão cerca de 68% dos casos;
- $-1,5$ a $1,5$ estão cerca de 86% dos casos;
- $-2,0$ a $2,0$ estão cerca de 95% dos casos;
- $-2,5$ a $2,5$ estão cerca de 99% dos casos e;
- -3 a 3 estão cerca de $99,7\%$ dos casos.

Exemplo

O ENEM criou sua escala de proficiência com média igual a 500 e desvio padrão 100 em 2009.

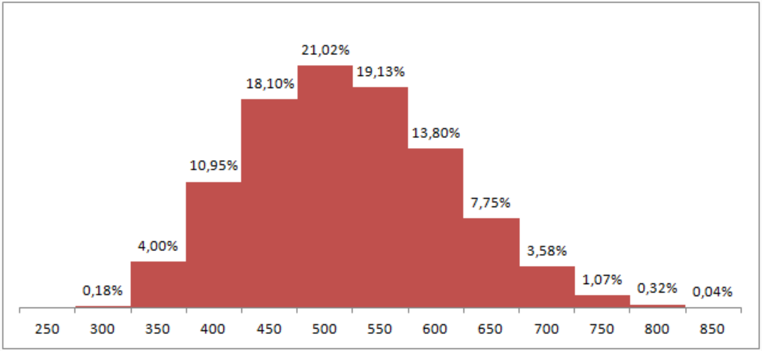


Figura 3: Distribuição do ENEM 2009

Escala de proficiência: interpretação pedagógica

A interpretação pedagógica é uma análise qualitativa que consiste na descrição de habilidades de cada faixa da escala e sua execução consiste em dois procedimentos básicos.

- identificação de itens representativos em cada faixa da escala, denominados de itens âncoras;
- apresentação dos itens âncoras para um grupo de especialistas interpretarem pedagogicamente cada um desses itens.

Escala de proficiência: interpretação pedagógica

O critério geralmente adotado para identificar um item âncora de um nível α é:

- 65% ou mais dos estudantes com habilidades em torno de α acertam o item;
- menos de 65% dos estudantes posicionados no nível anterior acertam o item;
- o ajuste da curva característica é bom.

Exemplo: item âncora faixa 461.7

ENEM 2012

Jogar baralho é uma atividade que estimula o raciocínio. Um jogo tradicional é a Paciência, que utiliza 52 cartas. Inicialmente são formadas sete colunas com as cartas. A primeira coluna tem uma carta, a segunda tem duas cartas, a terceira tem três cartas, a quarta tem quatro cartas, e assim sucessivamente até a sétima coluna, a qual tem sete cartas, e o que sobra forma o monte, que são as cartas não utilizadas nas colunas.

A quantidade de cartas que forma o monte é

(A) 21.

(B) 24.

(C) 26.

(D) 28.

(E) 31.

Exemplo: escala de proficiência do ENEM

Matemática e suas tecnologias

Valor	Descrição
495.8	Interpretar dados fornecidos por gráfico linear obtendo informações sobre um evento.
461.7	Calcular utilizando operações fundamentais com números naturais na determinação de uma quantidade de objetos.
448.6	Reconhecer a planificação de sólidos geométricos que representam embalagens.

Estimação dos parâmetros

A TRI determina tanto os valores dos parâmetros dos itens quanto os valores das proficiências por meio de técnicas estatísticas de estimação. Existem maneiras diferentes para se fazer isso, um desses procedimentos que consiste em:

1. determinar as probabilidades de cada item de forma empírica pelos dados coletados;
2. estimar pelo método de Máxima Verossimilhança os parâmetros a, b e c de cada item;
3. estimar pelo método de Máxima Verossimilhança as habilidades θ dos respondentes.

Método de Máxima Verossimilhança

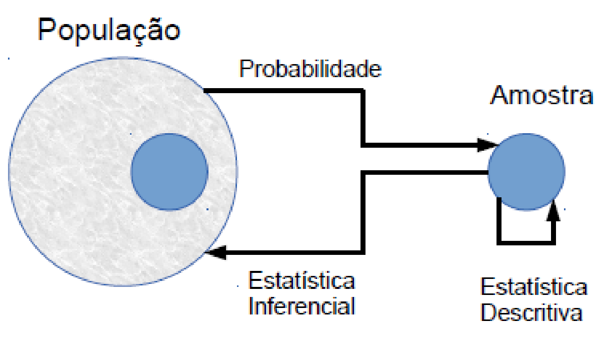
Definição

A estimativa de máxima verossimilhança de θ*, ou seja,* $\widehat{\theta}$*, baseada em uma amostra aleatória* $X_1, X_2, ..., X_n$ *é aquele valor de* θ *que torna máxima* $L(X_1, X_2, ..., X_n)$*, considerada como uma função de* θ *para um dada amostra* $X_1, X_2, ..., X_n$*, onde L é definida por:*

$$L(X_1, X_2, ..., X_n; \theta) = f(X_1; \theta) f(X_2; \theta) ... f(X_n; \theta)$$

- *se X for discreta,* $L(X_1, X_2, ..., X_n; \theta)$ *representará* $P[X_1 = x_1, X_2 = x_2, ..., X_n = x_n]$
- *se X for contínua,* $L(X_1, X_2, ..., X_n; \theta)$ *representará a função densidade de probabilidade conjunta de* $(X_1, X_2, ..., X_n)$

Pesquisa Estatística



Exemplo

Seleciona-se uma amostra aleatória de 20 peças $(X_1, X_2, ..., X_{20})$ de um lote de 10.000. Suponha que as 10.000 peças tenham a mesma probabilidade p de serem defeituosas e uma peça defeituosa não interfere na probabilidade da outra. Estime pelo método de máxima verossimilhança a probabilidade p de uma peça ser defeituosa nesse lote se na amostra foram encontradas 4 peças defeituosas.

As probabilidades $\mathbb{P}(X = k)$ das 21 amostras possíveis em função do parâmetro p é dada pelo modelo probabilístico binomial, em que k é o número de peças defeituosas.

$$\mathbb{P}(X = 0) = \frac{20!}{0!\,(20-0)!}\,(1-p)^{20}\,p^{0}$$

$$\mathbb{P}(X = 1) = \frac{20!}{1!\,(20-1)!}\,(1-p)^{19}\,p^{1}$$

$$\mathbb{P}(X = 2) = \frac{20!}{2!\,(20-2)!}\,(1-p)^{18}\,p^{2}$$

$$\mathbb{P}(X = 3) = \frac{20!}{3!\,(20-3)!}\,(1-p)^{17}\,p^{3}$$

$$\mathbb{P}(X = 4) = \frac{20!}{4!\,(20-4)!}\,(1-p)^{16}\,p^{4}$$

$$\ldots$$

$$\mathbb{P}(X = 20) = \frac{20!}{20!\,(20-20)!}\,(1-p)^{0}\,p^{20}$$

Foram encontradas 4 peças defeituosas, logo X = 4.

$$L\left(X_1, X_2, X_3, ..., X_{20}, p\right) = \mathbb{P}\left(X = 4\right)$$

$$L\left(X_1, X_2, X_3, ..., X_{20}, p\right) = \frac{20!}{4!\left(20-4\right)!}\left(1-p\right)^{16} p^4$$

$$\ln L\left(X_1, X_2, X_3, ..., X_{20}, p\right) = \ln\left(\frac{20!}{4!\left(20-4\right)!}\left(1-p\right)^{16} p^4\right)$$

$$\ln L\left(X_1, X_2, X_3, ..., X_{20}, p\right) = \ln 4.845 + \ln\left(1-p\right)^{16} + \ln p^4$$

$$\ln L\left(X_1, X_2, X_3, ..., X_{20}, p\right) = \ln 4.845 + 16\ln\left(1-p\right) + 4\ln p$$

$$\ln L'\left(p\right) = \frac{16}{\left(1-p\right)}\left(-1\right) + \frac{4}{p}$$

$$\frac{16}{\left(1-p\right)}\left(-1\right) + \frac{4}{p} = 0$$

$$4 - 4p = 16p$$

$$p = \frac{4}{20} = 0,2$$

Logo, a estimativa de p é $0,2$.

Observe que para $p = 0,2$, a probabilidade $\mathbb{P}(X = 4)$ terá o maior valor possível entre as 21 possibilidades.

$$\mathbb{P}(X=0) = \frac{20!}{0!\,(20-0)!}\,(1-0,2)^{20}\,0,2^{0} \approx 0,01152922$$

$$\mathbb{P}(X=1) = \frac{20!}{1!\,(20-1)!}\,(1-0,2)^{19}\,0,2^{1} \approx 0,05764608$$

$$\mathbb{P}(X=2) = \frac{20!}{2!\,(20-2)!}\,(1-0,2)^{18}\,0,2^{2} \approx 0,13690943$$

$$\mathbb{P}(X=3) = \frac{20!}{3!\,(20-3)!}\,(1-0,2)^{17}\,0,2^{3} \approx 0,20536414$$

$$\mathbb{P}(X=4) = \frac{20!}{4!\,(20-4)!}\,(1-0,2)^{16}\,0,2^{4} \approx 0,21819940$$

$$\mathbb{P}(X=5) = \frac{20!}{5!\,(20-5)!}\,(1-0,2)^{15}\,0,2^{4} \approx 0,17455952$$

$$\mathbb{P}(X=6) = \frac{20!}{6!\,(20-6)!}\,(1-0,2)^{14}\,0,2^{4} \approx 0,10909970$$

"Para ilustrar os passos usados pelo método de Máxima Verossimilhança, suponhamos que X sujeitos tenham respondido a Y itens que compõem um teste qualquer. São desconhecidos tanto os parâmetros dos itens como as habilidades dos respectivos sujeitos, então o primeiro passo consiste em separar os sujeitos em grupos ao longo de uma escala de habilidade hipotética, cada grupo tem Z sujeitos de habilidades iguais. A probabilidade de os sujeitos de cada grupo responderem adequadamente a um item específico será dada pelo quociente entre o número de sujeitos que realmente acertaram ao item e o número total de sujeitos daquele grupo.

Dessa forma as probabilidades de acerto em cada nível de habilidade ao longo da escala podem ser calculadas, isto é, tem-se uma curva empírica para cada item. A partir disso tenta-se manipular os parâmetros do item, produzindo uma curva teórica que mais se aproxime da empírica. O processo de estimação dos parâmetros se encerra quando os valores estimados convergirem, ou seja, quando a partir de n interações não se consegue produzir mais melhorias na reprodução dos dados empíricos por meio das variações nos valores dos parâmetros dos itens" [3]

Uso de Estatísitica em Processos Avaliativos

Uso de Estatística em Processos Avaliativos

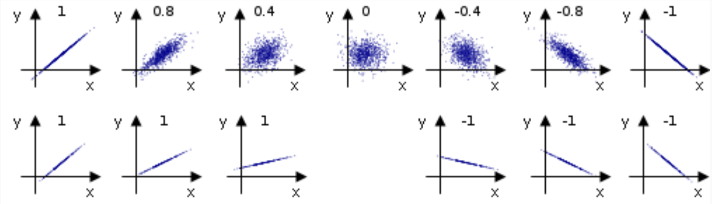
Algumas indagações e reflexões que podemos fazer sobre os instrumentos de avaliação utilizados para composição da média escolar são:

1. Qual é a relação que existe entre os instrumentos de avaliação?
2. É possível, por exemplo, inferir a média final de um estudante analisando os resultados parciais de seus exercícios avaliativos?
3. Será que os critérios adotados por uma escola para correção das redações dos alunos do 3º do ensino médio são os mesmos de um determinado vestibular?
4. Qual é o grau de discriminação de cada questão que compõe uma prova, isto é, até que ponto cada questão consegue diferenciar estudantes com proficiências distintas?
5. Em uma prova, como identificar uma questão que tem

Coeficiente de correlação

Definição
Dada uma amostra aleatória bidimensional $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), ..., (X_n, Y_n)$ *o seu coeficiente de correlação* $\rho_{(X,Y)}$ *é definido por:*

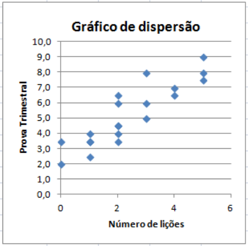
$$\rho_{(X,Y)} = \frac{\sum_1^n \left(X_i - \overline{X}\right)\left(Y_i - \overline{Y}\right)}{\sqrt{\sum_1^n \left(X_i - \overline{X}\right)^2 \sum_1^n \left(Y_i - \overline{Y}\right)^2}}$$



Exemplo: coeficiente de correlação

Uma professora olhou cinco lições ao longo de um trimestre e aplicou uma prova trimestral valendo de 0 a 10.

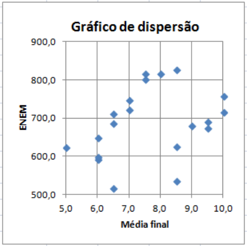
Aluno	Número de lições	Prova trimestral
A	5	9,0
B	2	6,0
C	3	6,0
D	4	7,0
E	3	8,0
F	2	4,5
G	0	3,5
H	1	3,5
I	2	4,0
J	5	7,5
K	2	4,5
L	2	3,5
M	3	5,0
N	4	6,5
O	5	8,0
P	1	4,0
Q	1	3,5
R	2	6,5
S	0	2,0
T	1	2,5
	Correlação	**0,89**



Exemplo: coeficiente do correlação

Média final dos alunos formados no 3º ano do ensino médio de uma escola e as notas de redação desses alunos no ENEM.

	A	B	C
1		Notas de Redação	
2	Aluno	Média final	ENEM
3	A	6,5	711,0
4	B	8,0	815,0
5	C	7,0	721,4
6	D	8,5	536,0
7	E	6,0	591,0
8	F	9,0	680,0
9	G	9,5	674,0
10	H	10,0	756,0
11	I	8,5	825,0
12	J	7,5	816,0
13	K	8,5	625,3
14	L	6,5	515,3
15	M	6,5	685,2
16	N	6,0	598,7
17	O	7,5	801,2
18	P	9,5	689,1
19	Q	10,0	714,2
20	R	6,0	647,5
21	S	7,0	746,5
22	T	5,0	623,5
23			
24		**Correlação**	**0,31**



Mínimos Quadrados

Definição

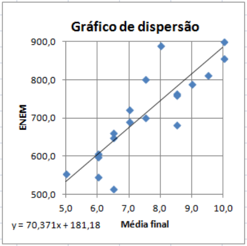
Seja $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), ..., (X_n, Y_n)$ *uma amostra aleatória e a relação* $E(Y) = \alpha \cdot X + \beta$*, em que* α *e* β *são constantes reais. As estimativas de mínimos quadrados dos parâmetros* α *e* β *são os valores que tornam mínima a expressão:*

$$\sum_{1}^{n} [Y_i - (\alpha \cdot X_i + \beta)]^2$$

Exemplo: mínimos quadrados

Média final de redação dos alunos do 3º ano do ensino médio e as notas de redação desses alunos no ENEM.

	Notas de Redação	
Aluno	Média final	ENEM
A	6,5	514,7
B	8,0	889,2
C	7,0	721,4
D	8,5	682,1
E	6,0	545,2
F	9,0	787,5
G	9,5	811,2
H	10,0	856,2
I	8,5	762,1
J	7,5	700,1
K	8,5	758,2
L	6,5	648,2
M	6,5	660,7
N	6,0	605,4
O	7,5	801,2
P	9,5	908,2
Q	10,0	898,1
R	6,0	598,4
S	7,0	689,2
T	5,0	553,1
	Correlação	**0,87**



A relação obtida pelo método de mínimos quadrados foi $y = 70,371x + 181,18$, onde y representa as notas no ENEM e x as médias finais. Por meio dessa relação, é possível construir a tabela com os valores esperados da nota no ENEM.

x	$y = 70,371x + 181,18$	y
6	$y = 70,371 \cdot 6 + 181,18$	$603,4$
7	$y = 70,371 \cdot 7 + 181,18$	$673,8$
8	$y = 70,371 \cdot 8 + 181,18$	$744,1$
9	$y = 70,371 \cdot 9 + 181,18$	$814,5$
10	$y = 70,371 \cdot 10 + 181,18$	$884,9$

Grau de dificuldade de uma questão

Um modo de determinar o grau de dificuldade d_i de uma questão é calculando o seu percentual de acertos, ou seja, d_i é igual ao número n_i de alunos que acertaram a questão dividido pelo total t de alunos que fizeram a prova.

$$d_i = \frac{n_i}{t}$$

Exemplo

Questão	1	2	3	4	5	6	7	8
d_i	0,41	0,28	0,76	0,93	0,35	0,49	0,56	0,62

Ponto Bisserial

O coeficiente de correlação ponto bisserial é a ferramenta Estatística recomendada para mensurar o potencial de discriminação de uma questão.

Definição
O coeficiente de correlação ponto bisserial ρ_{pb} é definido por:

$$\rho_{pb} = \frac{M_p - M}{\sigma} \cdot \sqrt{\frac{p}{1-p}}$$

Onde:

- M_p *é a média dos indivíduos que acertaram a questão;*
- M *é a média de todos que resolveram a prova;*
- σ *é o desvio padrão da média de todos que resolveram a prova;*
- p *é o grau de dificuldade* d_i *da questão, ou seja, é o*

Exemplo: ponto bisserial

Correção de uma prova com 10 questões de múltipla escolha, onde 1 indica que o aluno acertou a questão e 0 que ele errou.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Correção da prova											
2	Alunos	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Nota
3	A	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
4	B	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
5	C	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1
6	D	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	2
7	E	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	3
8	F	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	3
9	G	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	3
10	H	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	3
11	I	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	3
12	J	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	4
13	K	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	4
14	L	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	4
15	M	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	5
16	N	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	6
17	O	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	6
18	P	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	7
19	Q	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	7
20	R	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	7
21	S	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	8
22	T	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	8
23	U	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	9
24	V	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	9
25	Mp	4,5	4,9	5,1	6,0	6,9	7,2	7,5	8,0	8,5	9,0	
26	M	4,7	4,7	4,7	4,7	4,7	4,7	4,7	4,7	4,7	4,7	
27	σ	2,60	2,60	2,60	2,60	2,60	2,60	2,60	2,60	2,60	2,60	
28		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	

Referências

D. F. de Andrade, H. R. Tavares e R. da Cunha Valle. "Teoria da Resposta ao Item: conceitos e aplicações". Em: *ABE, Sao Paulo* (2000).

K. L. Chung. *A course in probability theory*. Academic press, 2001.

G. Couto e R. Primi. "Teoria de resposta ao item (TRI): conceitos elementares dos modelos para itens dicotômicos". Em: *Boletim de Psicologia* 61.134 (2011), páginas 1–15 (ver página 42).

C. A. B. Dantas. *Probabilidade: Um Curso Introdutório*. Edusp, 2013.

R. J. De Ayala. *The theory and practice of item response theory*. Guilford Publications, 2013.

H. W. Eves. *Introdução à história da matemática*. Unicamp, 1995.

M. N. Magalhães e A. C. P. de Lima. *Noções de probabilidade e estatıstica*. IME-USP São Paulo: 2000.

P. L. Meyer. "Introductory probability and statistical applications". Em: (1965).

L. Pasquali e R. Primi. "Fundamentos da teoria da resposta ao item: TRI". Em: *Avaliação Psicológica* 2.2 (2003), páginas 99–110.

M. RABELO. "Avaliação Educacional: fundamentos, metodologia e aplicações no contexto brasileiro". Em: *Rio de janeiro: SBM* 29 (2013), páginas 30–31.

S. Ross. *Probabilidade: um curso moderno com aplicações*. Bookman, 2010.

D. Rumsey. *Estatıstica II Para Leigos*. Alta Books Editora, 2014.