

Prova 1

Introdução à Probabilidade e Estatística

Avisos:

- Tente resolver todas as questões, mas priorize a qualidade da sua resolução. Boa qualidade em pouca quantidade é melhor do que muita quantidade com pouca qualidade.
- É terminantemente proibido consultar qualquer material ou colega.

Ex. 1 — Numa estante temos 13 livros: 6 de cálculo, 3 de geometria analítica e 4 de física básica. De quantas maneiras é possível ordenar os livros se:

1. Não colocarmos nenhuma restrição.
2. Se pedirmos para que os livros de cálculo sejam colocados primeiro, depois os de geometria analítica e por fim os de física básica.
3. Se pedirmos para que os livros do mesmo assunto fiquem juntos.

Ex. 2 — Um sistema está formado por 5 componentes, cada uma das quais está em funcionamento ou com falha. Considere o experimento que consiste em observar o estado de cada componente. Assuma que o resultado do experimento está dado por um vetor $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$, onde x_i é igual a 1 se a i -ésima componente está funcionando e igual a 0 caso contrário.

1. Defina Espaço Amostral
2. Defina Evento.
3. Qual a cardinalidade do espaço amostral deste experimento.
4. Assuma que o sistema estará em funcionamento caso as componentes 1 e 2 estejam funcionando, ou se as componentes 3 e 4 estão funcionando ou se as componentes 1, 3 e 5 estão funcionando. Seja W o evento em que o sistema está funcionando. Especifique os pontos amostrais de W .

Ex. 3 — Uma urna contém n bolas brancas e m bolas pretas, onde n e m são números positivos.

1. Se duas bolas são retiradas da urna aleatoriamente, qual é a probabilidade de que elas sejam da mesma cor?
2. Se uma bola é retirada da urna aleatoriamente e então recolocada antes que a segunda bola seja retirada, qual é a probabilidade de que as bolas sacadas sejam da mesma cor?

Ex. 4 — O câncer de próstata é o tipo de câncer mais comum entre os homens. Para verificar se alguém tem câncer de próstata, os médicos realizam com frequência um teste que mede o nível de PSA produzido pela próstata. Embora altos níveis de PSA sejam indicativos de câncer, o teste é notoriamente pouco confiável. De fato, a probabilidade de que um homem que não tenha câncer apresente níveis elevados de PSA é de aproximadamente 0,135, valor que cresce para aproximadamente 0,268 se o homem tiver câncer. Se, com base em outros fatores, um fisiologista tiver 70% de certeza de que um homem tem câncer de próstata, qual é a probabilidade condicional de que ele tenha câncer dado que

1. o teste tenha indicado um nível elevado de PSA?
2. o teste não tenha indicado um nível elevado de PSA?

Ex. 5 — A aplicação de fundo anti-corrosivo em chapas de aço de $1m^2$ é feita mecanicamente e pode produzir defeitos (pequenas bolhas na pintura), de acordo com uma variável aleatória Poisson com taxa $\lambda = 1$ por m^2 . Uma chapa é escolhida ao acaso. Qual é a probabilidade de:

1. encontrarmos pelo menos 1 defeito;
2. encontrar no máximo 2 defeitos;
3. encontrar de 2 a 4 defeitos.