

Nome:

Ra:

Prova 2. Tema B

Introdução à Probabilidade e Estatística

Avisos:

- Justifique todas suas respostas.
- Tente resolver todas as questões, mas priorize a qualidade da sua resolução. Boa qualidade em pouca quantidade é melhor do que muita quantidade com pouca qualidade.
- É terminantemente proibido consultar qualquer material ou colega, usar celular ou calculadora.

Ex. 1 — Dois dados honestos são lançados. Seja X o menor número sorteado e Y a soma dos números sorteados.

1. Calcule a função de probabilidade conjunta de X e Y .
2. Calcule as distribuições marginais de X e Y .
3. X e Y são independentes?

Ex. 2 — A arrecadação mensal de um restaurante de São Paulo (em unidade de mil) é dada por uma variável aleatória X com função de densidade dada por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{81}{x^4} & \text{se } x > 3 \\ 0 & \text{se } x \leq 3. \end{cases}$$

1. Determine $P(X > 6)$
2. Qual é a função distribuição acumulada de X ?
3. Qual é a probabilidade de que, a contar deste ano, sejam necessários mais de 10 anos antes que a arrecadação semanal em um ano supere 12 (mil) reais? Que hipóteses você está adotando?

Ex. 3 — Considere o seguinte conjunto de dados de uma variável numérica:

21	21	22	22	22	23	23	23	24	24
25	25	25	26	26	26	26	28	31	31
31	32	33	33	33	34	34	35	35	36

1. Calcule as medidas de posição (moda, mediana, primeiro e terceiro quartil) e a amplitude para os dados.
2. Faça o histograma e o Box-plot para os dados.

Ex. 4 — Uma revista semanal, em artigo sobre a participação das mulheres em curso superior de administração, pretende estimar a proporção p de mulheres neste curso.

1. Quantos estudantes de administração devem ser entrevistados de modo que a proporção p seja estimada com um erro de 0,02 e uma confiabilidade de 0,98?

2. Se tivermos a informação adicional de que a proporção p é pelo menos 35%, você conseguiria diminuir o tamanho amostral calculado no item anterior? Justifique.

Ex. 5 — Lançamos um dado honesto e após isto lançamos de forma independente uma moeda honesta tantas vezes quanto indique o número sorteado no lançamento do dado. Seja X o número de coroas obtidas a partir deste experimento.

1. Calcule a função de probabilidade de X .
2. Se o número de coroas observado for 3 qual a probabilidade do número sorteado pelo dado ter sido 4.

Tabela de distribuição acumulada da Normal:

$$\mathbb{P}Z \leq x = \Phi(x)$$

x	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7703	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952