

Aula      Conteúdo

- 10/fev Revisão: Corpo, característica de um anel. Característica de um corpo é zero ou prima.  
Corpo de frações de um domínio de integridade. Unicidade do corpo de frações de um domínio de integridade a menos de isomorfismo. Exemplos. Corpos primos.  
Todo corpo contém uma cópia de  $\mathbb{Q}$  ou de  $\mathbb{F}_p$  para algum primo  $p$ .  
Definição de extensão de corpos. Todo corpo é uma extensão de  $\mathbb{Q}$  ou  $\mathbb{F}_p$ .
- 12/fev Teorema de Kronecker: Todo polinômio irreduzível em  $F[x]$  possui uma raiz em alguma extensão de corpos de  $F$ .  
Seja  $p(x)$  pol. Irreduzível sobre  $F$  de grau  $n$  e  $O = x \bmod(p(x))$  então  $\{1, O, O^2, \dots, O^{n-1}\}$  é base de  $K$  sobre  $F$ , onde  $K = F[x]/\langle p(x) \rangle$ . Revisão:  $R$  anel comutativo,  $R/I$  corpo se e somente se  $I$  é ideal maximal;  $R/P$  domínio de integridade se e somente se  $P$  é ideal primo de  $R$ .  
São equivalentes: (i)  $p(x)$  irreduzível sobre  $F$  (ii)  $\langle p(x) \rangle$  ideal maximal de  $F[x]$  (iii)  $F[x]/\langle p(x) \rangle$  corpo.  
Revisão dos critérios de irreduzibilidade de polinômios: Eisenstein, ...
- 17/fev Cálculos em  $F[x]/\langle p(x) \rangle$ , com  $p(x)$  pol. Irred. Sobre  $F$ . Corpo gerado por uma família de elementos.  
Seja  $K/F$  extensão de corpos,  $p(x)$  pol. irred. Sobre  $F$  e a raiz de  $p(x)$  em  $L$ . Então  $F(a) \cong F[x]/\langle p(x) \rangle$ .  
Caracterização de  $F(a)$ .
- 19/fev O Teorema de Extensão de Isomorfismo de corpos. Def. elemento algébrico sobre um corpo  $F$ .  
Def. Elemento transcendente sobre um corpo  $F$ . Exemplos.  
Extensão algébrica. Def. e exemplos. Existência e definição do polinômio minimal que possui um elemento  $a$  como raiz. O grau de elemento  $a$ .  
A extensão  $F(a)/F$  é finita se e somente se  $a$  é algébrico sobre  $F$ . Toda extensão finita é algébrica.  
 $F \subset K \subset L$  corpos. Então  $[L:F] = [L:K][K:F]$ . Aplicações.
- 02/mar Extensão finitamente gerada. Definição.  $L/K$  extensão finita se  $L$  é gerada por um número finito de elementos algébricos sobre  $K$ .  $L/K$  extensão então o conjunto dos elementos algébricos sobre  $K$  é um subcorpo.  $L/K$  extensão algébrica e  $K/F$  ext. algébrica então  $L/F$  é extensão algébrica.  
O compositum de dois subcorpos de um corpo. Corpos de decomposição e corpos algebricamente fechados.
- 04/mar Exemplos de corpos de decomposição. Corpos ciclotômicos. Unicidade dos corpos de decomposição.
- 09/mar Extensões separáveis e inseparáveis. Elemento separável numa extensão. Derivada formal de um polinômio. Critério para que uma raiz de um polinômio seja múltipla utilizando a derivada formal.  
Todo polinômio sobre um corpo de característica zero é separável.
- 11/mar Endomorfismo de Frobenius. Corpo perfeito definição. Existência e unicidade de corpos finitos.  
Definição  $L/K$  extensão separável.
- 16/mar Extensões ciclotômicas. Irreduzibilidade do  $n$ -ésimo polinômio ciclotômico.  
O Teorema do Elemento primitivo.
- 18/mar Construções com régua e compasso. Os três grandes problemas da antiguidade.
- 23/mar  $L/K$  extensão. Def. de  $\text{Aut}(L/K)$ .  $\text{Aut}(L/K)$  permuta as raízes de polinômios irreduzíveis. Exemplos.  
 $H \subset \text{Aut}(K)$ . Os elementos de  $K$  fixados por  $H$  são um subcorpo de  $K$ . (subcorpo fixo). Relação entre torres de subcorpos de  $K$  e subgrupos de  $\text{Aut}(K)$ .
- 25/mar  $E$  corpo de decomposição sobre  $F$  do pol.  $f(x) \in F[x]$ . Então  $|\text{Aut}(E/F)| \leq [E:F]$  com igualdade se  $f(x)$  for separável sobre  $F$ . Extensão Galoisiana. Exemplos.
- 30/mar O Teorema Fundamental da Teoria de Galois. Caracteres.
- 01/abr O Teorema Fundamental da Teoria de Galois. Caracteres.
- 06/ago Exemplos.
- 13/abr Grupos de Galois de polinômios.

15/abr Grupos de Galois de polinômios.

22/abr Extensões radicais. Insolubilidade da quintica.

27/abr Extensões radicais. Insolubilidade da quintica.

29/abr Revisão da matéria.