T. A4

Introdução a Probabilidade e Estatística - P1

Nome:
Data: 05/07/2015.

1. Um apostador possui 18 fichas e quer aposta-las em 4 cavalos, de modo que a aposta em cada cavalo seja de pelo menos uma ficha, de quantos modo o apostador pode realizar sua aposta?

2. Quantos são os anagramas da palavra "PIRACICABA"que não possuem duas letras A juntas?

3. Uma urna contém 6 bolas brancas e 9 bolas negras. Se 4 bolas são escolhidas ao acaso e sem reposição, qual a probabilidade de que as duas primeiras bolas escolhidas sejam brancas e as duas últimas bolas escolhidas sejam negras?

4. Consideremos dois dados: um deles equilibrado ($P(1) = P(2) = \cdots = P(6) = 1/6$ e outro viciado com ($P(1) \neq P(2) = \cdots = P(6) = 1/10$. Escolhe-se um dos dados ao acaso e se efetuam dois lançamentos, obtendo-se dois uns. Qual é a probabilidade condicional de que o dado escolhido tenha sido o viciado? $P(1) = \frac{1}{2}$ e $P(2) = P(3) = \cdots = P(6) = \frac{1}{10}$

5. Durante o mês de agosto a probabilidade de chuva em um dia determinado é de 4/10. O Fluminense ganha um jogo em um dia com chuva com probabilidade 6/10 e em um dia sem chuva com probabilidade de 4/10. Sabendo-se que o Fluminense ganhou um jogo naquele dia de agosto, qual a probabilidade de que choveu nesse dia?

01) O problema se reduz a obter o número de soluções inteiras positivas da equação:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 18.$$

O número de tais soluções é dado por: $\binom{18-1}{4-1} = \binom{17}{3}$.

#

Exemplo: Determinar o número de soluções inteiras positivas da equação $x+y+z+w=9$.

Representamos o 9 como bolas:

$$0 + 000 + 0\,0\,0 + 0\,0.$$

Para 4 variáveis, temos $(4-1)=3$ sinais $+$.

que deverão ser colocados em $(9-1)=8$ espaços entre as bolas.

∴ O nº total de soluções inteiras positivas da equação $x+y+z+w=9$ é $\binom{9-1}{4-1} = \binom{8}{3}$.

De modo geral, a equação $x_1 + x_2 + \cdots + x_m = p$, com $m \geq 1$, $p \geq 1$, possui $\binom{p-1}{m-1}$ soluções inteiras, positivas (isto é, $x_i \in \mathbb{Z}$, $x_i > 0$, $i = 1, \ldots, m$)

02)

O número de modos de arrumar as letras diferentes de A é $P_7^{2,2,1,1,1}$.

Por exemplo, uma dessas arrumações é:

$$\underset{1}{\_}\ P\ \underset{2}{\_}\ R\ \underset{3}{\_}\ I\ \underset{4}{\_}\ I\ \underset{5}{\_}\ C\ \underset{6}{\_}\ B\ \underset{7}{\_}\ C\ \underset{8}{\_}$$

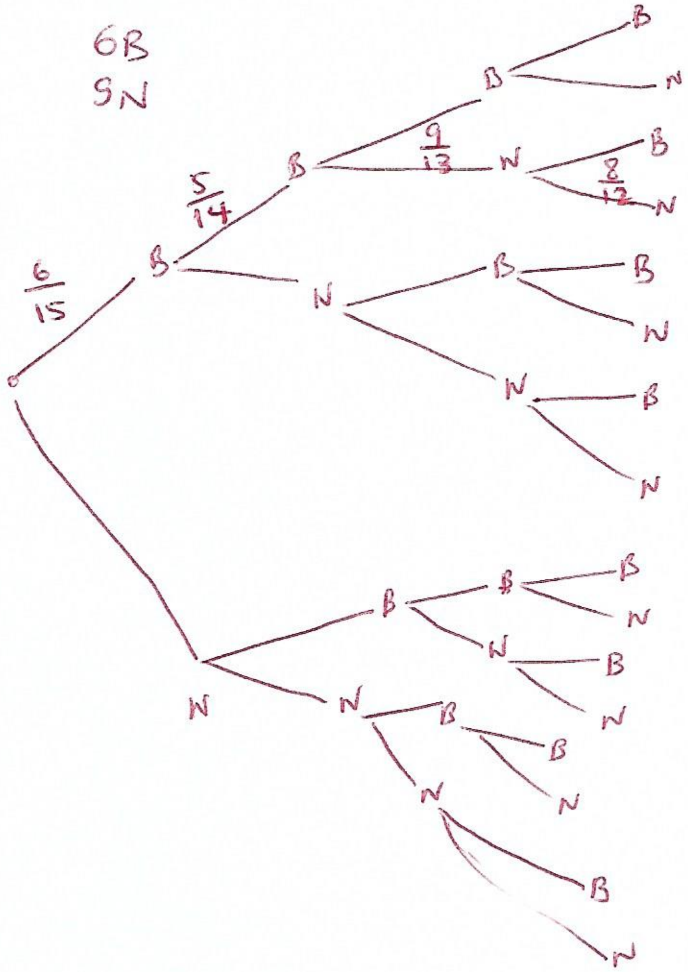
Preenchamos agora os espaços indicados com as letras A.

Como em nenhum dos espaços podem entrar duas letras A, ocuparemos 3 espaços (uma letra A em cada) e deixaremos 5 espaços vazios.

O número de maneiras de escolher os espaços que ocuparemos é $C_{8,3}$.

A resposta é: $P_7^{2,2,1,1,1} \times C_{8,3} = 1260 \times 56 = \boxed{70560}$

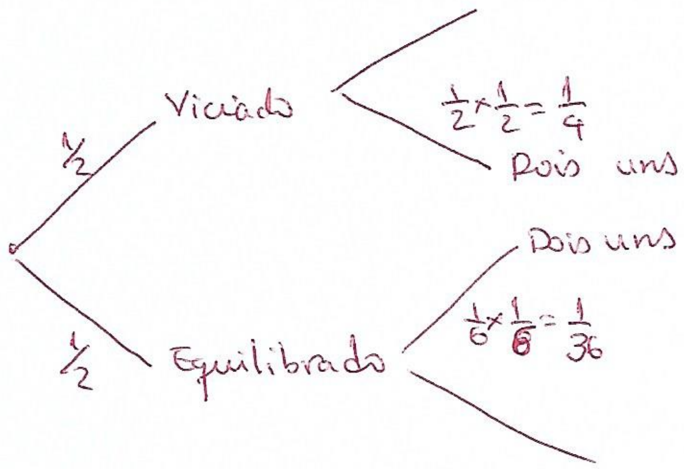
03) 6B
9N



4 bolas escolhidas SEM REPOSIÇÃO
Desejamos saber a probabilidade de que as
duas primeiras sejam brancas e as duas últimas negras?

$$P(BBNN) = \frac{6}{15} \times \frac{5}{14} \times \frac{9}{13} \times \frac{8}{12} = \boxed{\frac{6}{91}}$$

04)



$\therefore$ $P[\text{observar dois uns}] = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{36} = \frac{5}{36} = \frac{10}{72}$.

$P[\text{dado viciado e dois uns}] = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$

$\therefore$ a probabilidade desejada é dada por: $\dfrac{1/8}{5/36} = \dfrac{9}{10}$.

05) Pelo Teorema de Bayes:

$$P[\text{choveu} \mid \text{ganhou}] =$$

$$= \frac{P[\text{choveu}] \cdot P[\text{ganhou} \mid \text{choveu}]}{P[\text{choveu}]\, P[\text{ganhou} \mid \text{choveu}] + P[\text{não choveu}]\, P[\text{ganhou} \mid \text{não choveu}]}$$

$$= \frac{\frac{4}{10} \cdot \frac{6}{10}}{\frac{4}{10} \cdot \frac{6}{10} + \frac{6}{10} \cdot \frac{4}{10}} = \frac{1}{2}.$$