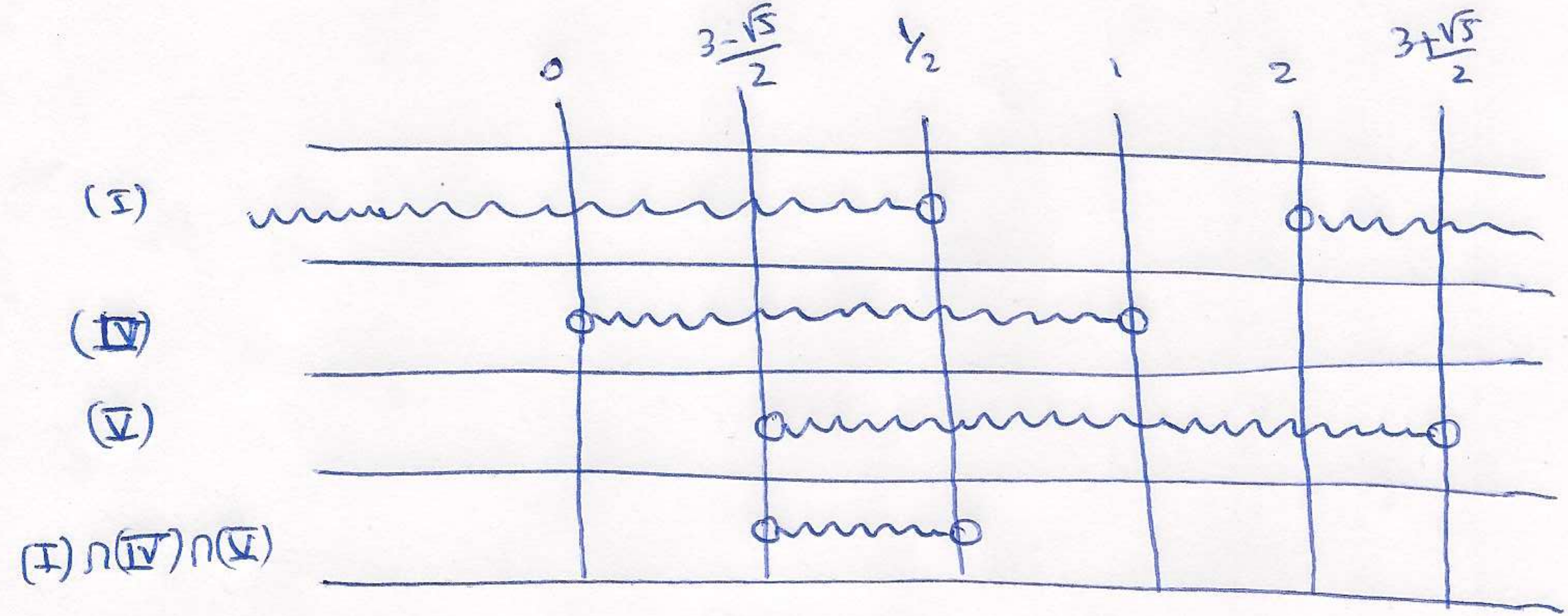
<u>Caso 2)</u>: $0 < x < 1$ (IV)

<u>Nesse caso</u>: $\log_x (2x^2 - 5x + 2) > \log_x x \iff 2x^2 - 5x + 2 < x$

$\iff 2x^2 - 6x + 2 < 0$. (V)



$V_2 = \left] \frac{3-\sqrt{5}}{2}, \frac{1}{2} \right[$

$\therefore V = V_1 \cup V_2 = \left] \frac{3+\sqrt{5}}{2}, +\infty \right[\cup \left] \frac{3-\sqrt{5}}{2}, \frac{1}{2} \right[$.

GABARITO:

01 a) **C.E:** $x^2 - x - 2 \geq 0 \quad (I)$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} < 2 \iff \sqrt{x^2 - x - 2} < \sqrt{4} \iff x^2 - x - 2 < 4$$

$$\iff x^2 - x - 6 < 0 \quad (II)$$

Estudo de (I):

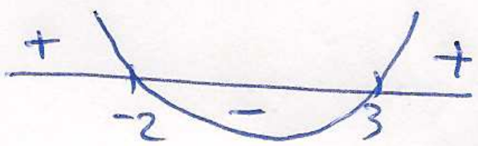
$$x^2 - x - 2 = 0 \iff x = -1 \text{ ou } x = 2$$

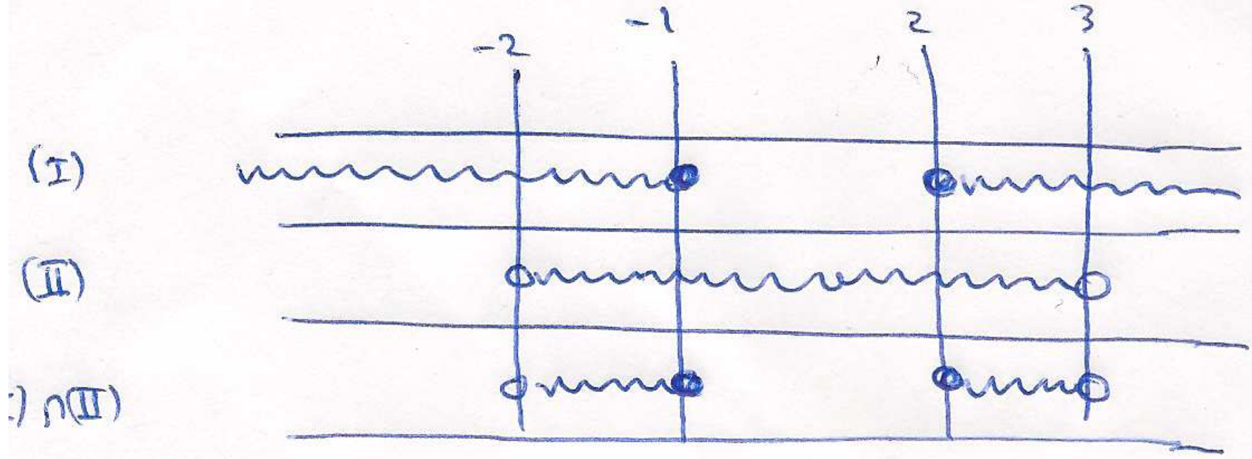
Sinal de $x^2 - x - 2$:

Estudo de (II):

$$x^2 - x - 6 = 0 \iff x = -2 \text{ ou } x = 3$$

Sinal de: $x^2 - x - 6$:





$$V =]-2, -1] \cup [2, 3[.$$

01 (b) $|2x-6| - |x| \leq 4 - x$

$$\Updownarrow$$

$$|2x-6| - |x| - 4 + x \leq 0$$

	$x \leq 0$	$0 \leq x \leq 3$	$x \geq 3$
$\lvert 2x-6\rvert$	$-2x+6$	$-2x+6$	$2x-6$
$-\lvert x\rvert$	x	$-x$	$-x$
$-4+x$	$-4+x$	$-4+x$	$-4+x$
$\lvert 2x-6\rvert - \lvert x\rvert - 4 + x$	2	$-2x+2$	$2x-10$

$$\therefore |2x-6| - |x| - 4 + x = \begin{cases} 2 & x \leq 0 \\ -2x+2 & 0 \leq x \leq 3 \\ 2x-10 & x \geq 3. \end{cases}$$

$\therefore$ Se $\underline{x \leq 0}$: $\underline{|2x-6| - |x| - 4 + x} \leq 0 \Rightarrow 2 \leq 0$. Absurdo

$\therefore V_1 = \emptyset$

$\underline{0 \leq x \leq 3}$.

$|2x-6| - |x| - 4 + x = -2x + 2 \leq 0 \Leftrightarrow -2x \leq -2 \Leftrightarrow x \geq 1$

$\therefore V_2 = [1, 3]$

$\underline{x \geq 3}$

$|2x-6| - |x| - 4 + x = 2x - 10 \leq 0 \Leftrightarrow 2x \leq 10 \Leftrightarrow \underline{x \leq 5}$.

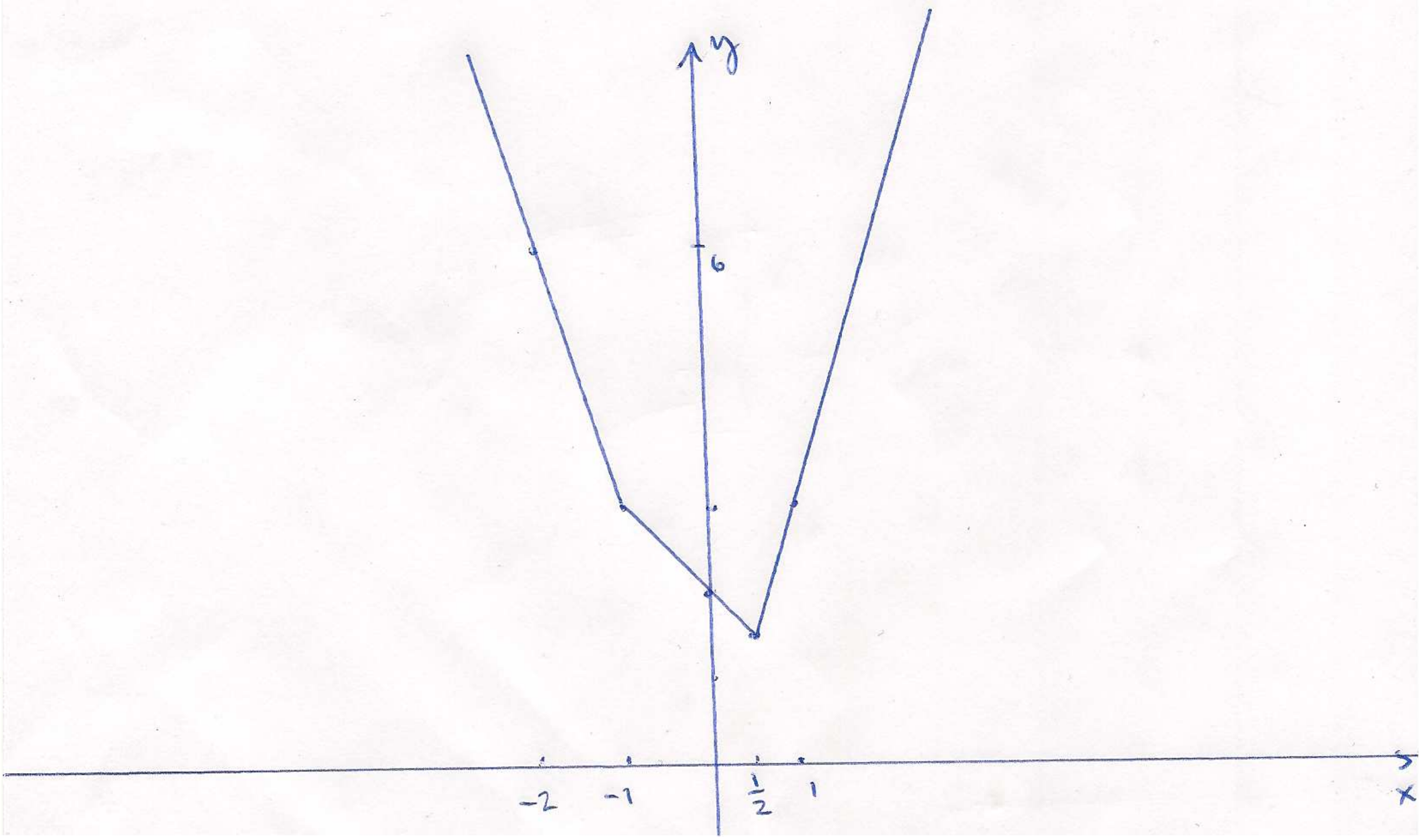
$\therefore V_3 = [3, 5]$

$V = V_1 \cup V_2 \cup V_3 = [1, 5]$.

02) $D_f = \mathbb{R}$.

	$x \le -1$	$-1 \le x \le 1/2$	$x \ge 1/2$
$\lvert 2x-1\rvert$	$-2x+1$	$-2x+1$	$2x-1$
$\lvert x+1\rvert$	$-x-1$	$x+1$	$x+1$
$\lvert 2x-1\rvert+\lvert x+1\rvert$	$-3x$	$-x+2$	$3x$

$$\therefore f(x) = \begin{cases} -3x & x \le -1 \\ -x+2 & -1 \le x \le \frac{1}{2} \\ 3x & x \geq \frac{1}{2} \end{cases}$$



a) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^3$

Devemos mostrar que f é injetora e sobrejetora.

- <u>f é sobrejetora</u>

Seja $y \in \mathbb{R}$. Tome $x = \sqrt[3]{y}$ e $f(x) = (\sqrt[3]{y})^3 = y$.

$\therefore f$ é sobrejetora.

- <u>f é injetora.</u>

Devemos mostrar que para quaisquer $x, y \in \mathbb{R}$,

se $f(x) = f(y)$ então $x = y$.

$f(x) = f(y) \iff x^3 = y^3 \iff x^3 - y^3 = 0$

$\therefore (x-y)(x^2 + xy + y^2) = 0 \quad (I)$

Mostraremos que $x = y$. De (I) temos que:

- Se $(x-y) = 0$ então $x = y$ e f é injetora.
- Se $x^2 + xy + y^2 = 0$ então

como $x^2 + xy + y^2 = \left(x + \frac{y}{2}\right)^2 + \frac{3y^2}{4} = \underbrace{\left(x + \frac{y}{2}\right)^2}_{\geq 0} + \underbrace{\left(\frac{\sqrt{3}}{2} y\right)^2}_{\geq 0}$

temos que $\left(x + \frac{y}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} y\right)^2 = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + \frac{y}{2} = 0 \\ \text{e} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} y = 0 \end{cases} \Rightarrow y = 0 \text{ e } x = 0$$

Logo em qualquer caso, $x = y$ e f é injetora

$\therefore f$ é bijetora!

b) Pelo item (c) f é bijetora

e portanto existe a função inversa f^{-1}.

$y = x^3 \Longrightarrow$ Para obter a expressão da inversa:

$$x = y^3$$

$$\therefore \ y = \sqrt[3]{x}$$

$$\therefore \ \underline{f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x}}$$ é a função inversa de f.

04) a) Seja $f: A \to B$ função:

$f: A \to B$ é função <u>injetora</u>, se para quaisquer $x, y \in A$, vale que: se $f(x) = f(y)$ então $x = y$.

$f: A \to B$ é função <u>sobrejetora</u>, se o conjunto imagem de f é igual ao contradomínio de f.

$f: A \to B$ é função <u>bijetora</u> se f for <u>injetora</u> e <u>sobrejetora</u>, simultaneamente.

b) $f: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$f(x, y) = x + |y|$

Observe que $f(1,1) = f(1,-1) = 2$

Logo f não é injetora e portanto, f não é bijetora.

- <u>f é sobrejetora</u>:

Seja $a \in \mathbb{R}$. Tome $(a, 0) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$. e $f(a, 0) = a + |0| = a$.

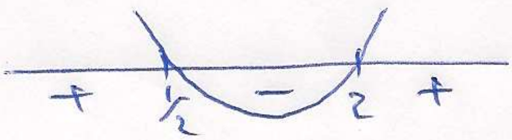
$\therefore f$ é sobrejetora.

05) $\log_x (2x^2 - 5x + 2) > 1$

<u>C.E:</u> $0 < x \neq 1$; $2x^2 - 5x + 2 > 0$ (I)

$2x^2 - 5x + 2 = 0 \iff x = \frac{1}{2}$ ou $x = 2$.

<u>Sinal de $2x^2 - 5x + 2$:</u>



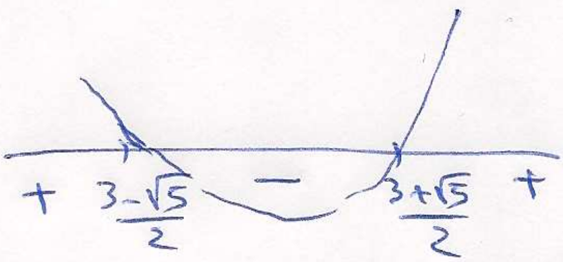
<u>Caso 1)</u> <u>$x > 1$</u> (II)

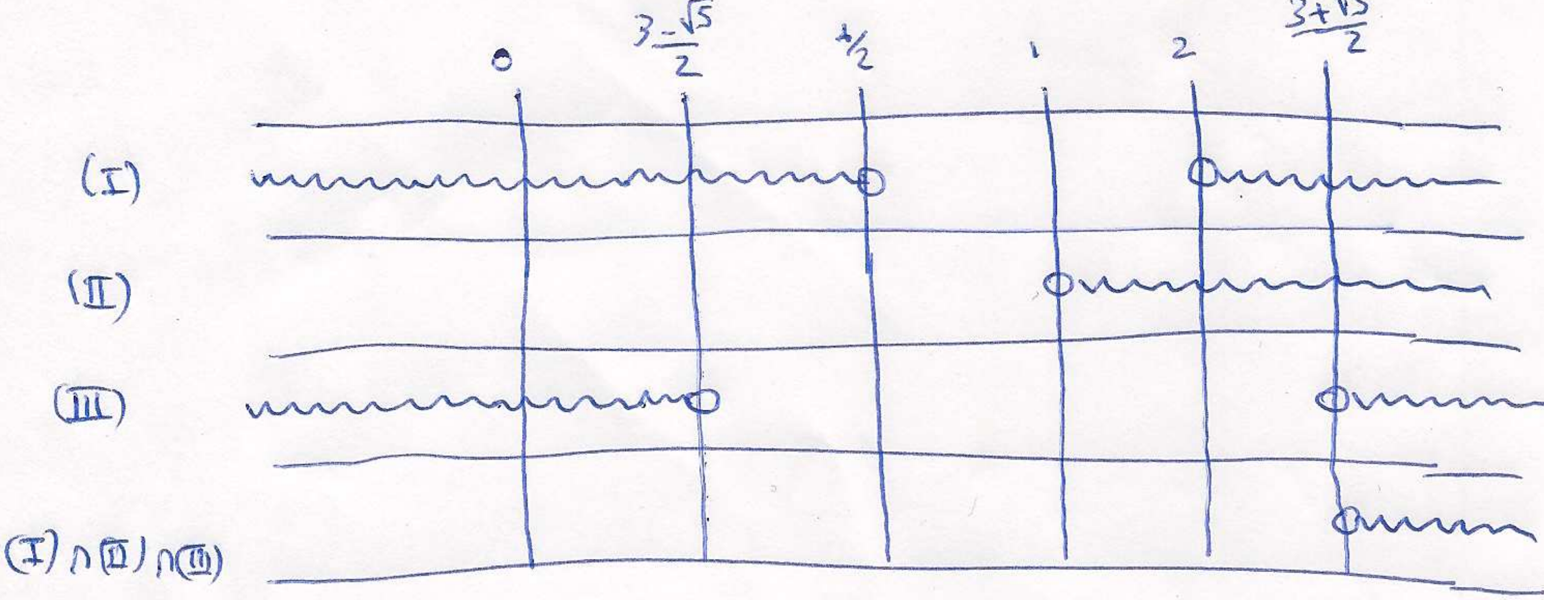
Nesse caso: $\log_x (2x^2 - 5x + 2) > \log_x x \iff 2x^2 - 5x + 2 > x$

$\iff 2x^2 - 6x + 2 > 0$ (III)

$2x^2 - 6x + 2 = 0 \iff x = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$ ou $x = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$.

<u>Sinal de $2x^2 - 6x + 2$:</u>





$V_1 = \left]\frac{3+\sqrt{5}}{2}, +\infty\right[$.