Lista 3 - Teoria Aritmética dos Números

1. Expresse
   (a) 1472 na base 5.
   (b) 218 na base 2.
   (c) 15422 na base 12.

2. Expresse
   (a) $(2356)_7$ na base 10.
   (b) $(532)_6$ na base 8.
   (c) $(21)_3$ na base 12.

3. Um número na base 10 escreve-se 37, em que base escrever-se-à 52?

4. Escreva a tabuada na base 5. Use-a para calcular $(132)_5 + (413)_5$ e $(23)_5 \cdot (342)_5$.

5. Mostre que, na base 10, o algorismo das unidades de um quadrado perfeito só pode ser $0, 1, 4, 5, 6$ ou 9.

6. Um certo número de três algarismos na base 10 aumenta de 36 se permutarmos os dois algorismos da direita, e diminui de 270 se permutarmos os dois algarismos da esquerda. O que acontece ao número se permutarmos os dois algarismos extremos?

7. Escolha um número abc de três algarismos no sistema decimal, de modo que os algarismos das centenas, a, e o das unidades, c, difiram de, pelo menos, duas unidades. Considere os números abc e cba e subtraia o menor do maior, obtendo o número xyz. A soma de xyz com zyx vale 1089. Justifique este fato.

8. Sejam $m_1 = (r_n r_{n-1} ... r_0)_b$ e $m_2 = (s_k s_{k-1} ... s_0)_b$. Prove que se $n < k$ então $m_1 < m_2$.

9. Seja a um inteiro positivo cuja expressão na base 10 é $a = r_n 10^n + r_{n-1}10^{n-1} + \cdots + r_1 10 + r_0$. Prove que:
   (a) $5|a$ se e somente se $5|r_0$.

(b) $11|a$ se e somente se $11|(r_0 - r_1 + r_2 + ... + (-1)^n r_n)$.

10. Determine todos os inteiros positivos multiplos de 5 que na base 10 são de 3 cifras e tais que a soma de suas cifras seja 19.

11. Prove que nenhum inteiro da seqüência: $11, 111, 1111, \cdots$, é um quadrado perfeito.

    (Sugestão: um termo arbitrário dessa seqüência pode ser escrito na forma $4k + 3$).

12. Determinar um inteiro de quatro cifras que somado com a soma de suas cifras dá 2603.