

Aula Tópicos

- 24/set Contexto histórico. O conceito de "Categoria" foram introduzidas por Eilenberg, Maclane para estudar as "Transformações Naturais". Definição de categorias. Exemplos: Categoria de conjuntos, grupos, grupos abelianos, variedades diferenciáveis, espaços topológicos, anéis, R-módulos (à esquerda ou à direita), de espaços vetoriais sobre um corpo. Categorias associada a um poset (Conjunto parcialmente ordenado).
- 26/set UFABC para Todos
- 01/out Categoria aberta. (X espaço topológico. Considere $T(X)$ topologia de X ordenada por inclusão. considere a categoria associada a esse poset. Essa categoria é denominada Open Category. Categoria pequena (Small category). Monoides e suas categorias associadas. Isomorfismo entre objetos de uma categoria. Grupoides (Categorias associadas a um grupo). Core de uma categoria. Categorias opostas. Exemplos. Subcategorias. Mais exemplos geométricos. Produtos e coprodutos de dois objetos.
- 03/out Definição de produtos arbitrários. Exemplos. Existem produtos arbitrários na categoria de conjuntos. Aplicações entre produtos. Noção dual ao produto: Coproduto. Exemplos. A soma direta de R-módulos é um coproduto. Morfismo de grafos. Objetos iniciais e terminais numa categorias. Exemplos: Em Set, o conjunto vazio e os singletons são terminais. Group objects.
- 08/out Exemplos: Um group object em Set é um grupo. Um group object na categoria de grupos é um grupo abeliano. Um group object na categoria Top é um grupo topológico. Um group object na categoria Man é um grupo de Lie. Funtores covariante e contravariantes. Definição. Funtores de esquecimento: Exemplos. Definição de funtor pleno e fiel. Grupo fundamental como um funtor da categorias de espaços topológicos pontuados para a categoria de grupos. Isomorfismo de categorias.
- 10/out Transformações naturais. Isomorfismo natural. Exemplos. Seja k corpo, e considere tor bidual. a categoria de espaços vetoriais sobre k e transformações lineares. O funtor dual e o funtor bidual. Equivalência de categorias.
- 15/out Antiequivalência e autoequivalência de categorias. Teorema: Um funtor é uma equivalência de categorias se e somente se ele é fiel, pleno e essencialmente sobrejetor. Exemplos: A categoria mod-R e mod-Mat(n,R) são equivalentes.
- 17/out Funtor Hom, Lema de Yoneda. Funtores representáveis.
- 22/out Imersão de Yoneda. Universalidade e representabilidade são sinônimos. Compreensão do Lema de Yoneda via funtor de categorias.
- 24/out Adjuntos: Funtor adjunto à esquerda (à direita). Exemplos. Generalização de produtos e coprodutos: Limites e Colimites. Sistema inverso de uma coleção de objetos de uma categoria indexados por um poset com morfismos satisfazendo a condição de compatibilidade. Limite inverso de um sistema inverso. Exemplos: produtos são exemplos de limites, o anel de inteiros p-ádicos. Relação com o limite do cálculo.
- 29/out Avaliação
- 31/out Produto tensorial de R-módulos. Exemplos. Extensão de escalares; produto de Kronecker de matrizes. Definição como quociente de um grupo abeliano. Função balanceada. Equivalência com a propriedade universal do produto tensorial.
- 05/nov Motivação para a fórmula de projeção. Exemplos de sistemas inversos. Categorias completas e cocompletas. Definição e exemplos. Seja $\{A_n \mid n \in \mathbb{N}\}$ sistema inverso de grupos então o limite inverso sempre existe.

Equalizadores numa categorias.

- 07/nov Categoria aditiva. Kernel e cokernel. Funtores aditivos. Categorias abelianas.
Prototipo: a categorias R-mod;
contraexemplo: A subcategoria plena FreeAb de Ab, formada por grupos abelianos livres não é abeliana. Sequências exatas. Funtores exatos.
- 12/nov O produto tensorial como um bifunctor. O produto tensorial e a soma direta de R-mod comutam. Os funtores $M \otimes _$ e $_ \otimes N$ são exatos à direita. Módulos flat.
Bimódulos. Estruturas induzidas por bimódulos no produto tensorial.
Associatividade do produto tensorial sobre bimódulos.
- 14/nov \otimes representa um funtor. Absorção. Módulos duais. Retorno a módulos livres.
Todo módulo é quociente de um módulo livre.
- 19/nov Todo R-módulo livre F é projetivo (equivalentemente, $\text{Hom}_R(F, _)$ é exato.
Sequências exatas que cindem. Equivalências para um módulo projetivo.
Todo módulo projetivo é flat. Módulos injetivos. Definição.
Equivalências para um módulo injetivo.
Teorema: Todo módulo imerge num módulo injetivo.
- 21/nov Definições de álgebra homológica. Complexos. Exemplos. Construções.
- 26/nov Resoluções livres. Resoluções projetivas. Funtor homologia. Quasiisomorfismos.
- 28/nov Quasiisomorfismos não precisam ter inverso. Aditividade. Cochain. Snake Lemma e Lema dos cinco.
Sequências exatas curtas de complexos induzem sequências exatas longas em homologia.
Noção dual. Homotopia de complexos.
- 03/dez Funtores derivados à esquerda. Sequencias exatas longas.
- 05/dez avaliação
- 10/dez Funtores derivados à direita. Ext e Tor. Ext para módulos projetivos. Ext e extensões.
- 12/dez Cohomologia de grupo. Tor para módulos flat.