

## Lista 2 de Matemática Discreta (MA12)

Data de entrega: 13/04

1. Considere um conjunto  $S$  de números naturais definido recursivamente da seguinte maneira:

I.  $3 \in S$ ;

II. se  $x \in S$  e  $y \in S$  então  $x + y \in S$ .

Prove que  $S$  é o conjunto dos naturais múltiplos de 3.

*Obs:*  $x, y$  acima não são necessariamente distintos. Os únicos elementos de  $S$  são os obtidos pelas regras acima.

*Dica:* Primeiro prove que para todo natural  $n$ , vale  $3n \in S$ . Depois prove que todo elemento de  $S$  é múltiplo de 3.

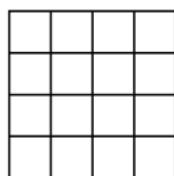
**Nota** Para provar a igualdade de dois conjuntos  $A = B$  provamos, em geral, duas inclusões  $A \subseteq B$  e  $B \subseteq A$ . Isso foi a dica dada acima.

2. Prove que para todo natural  $n$ , uma grade de quadrados  $2^n \times 2^n$  (a Figura 1(b) abaixo mostra uma grade  $2^4 \times 2^4$ ) com qualquer um de seus quadrados removidos pode ser coberta por ladrilhos de tamanho fixo em forma de L (conforme Figura 1(a)).

Figura 1:



(a)



(b)