

1ª lista de exercícios para entrega em 11/10

1. Seja $n = (a_r \cdots a_1 a_0)_5$ um natural. Prove que $4|n \Leftrightarrow 4|(a_r + \cdots + a_1 + a_0)$
2. Demonstre a seguinte variante do teorema da divisão: Sejam a e b inteiros, $b \neq 0$. Então, existem únicos inteiros q e r tais que

$$a = bq + r \quad \text{e} \quad -\frac{1}{2}|b| < r \leq \frac{1}{2}|b|$$

3. Considere $c \neq 0$ e $a \in \mathbb{Z}$. Denotemos por $\text{resto}(a, c)$ o resto da divisão de a por c , por exemplo, $\text{resto}(10, 3) = 1$ e $\text{resto}(8, 4) = 0$.

Demonstre ou dê contraexemplo para a seguinte proposição.

$$\text{resto}(a + b, c) = \text{resto}(\text{resto}(a, c) + \text{resto}(b, c), c).$$

4. Prove que o único primo da forma $n^3 - 1$ é o 7.
5. Seja $M(x)$ o conjunto de todos os naturais múltiplos de x . Se a e b são inteiros, $M(a) \cap M(b) = M([a, b])$?
6. Deduza do Teorema de Bézout um dos seguintes resultados:
 - (a) se $a|c$ então $\text{mdc}(a, b)|\text{mdc}(c, b)$.
 - (b) se a e b são coprimos então $\text{mcd}(ac, b) = \text{mdc}(c, b)$.
7. A teoria do Biorritmo diz que os estados físico, mental e emocional de uma pessoa oscilam periodicamente, a partir do dia do nascimento, em ciclos de 23, 29 e 33 dias, respectivamente. Dado que os dias mais positivos dos ciclos físico, mental e emocional são, respectivamente, o 6º, o 7º e o 8º dias de cada ciclo, quantas vezes os três ciclos estão simultaneamente no ponto máximo nos primeiros 10 anos de vida?