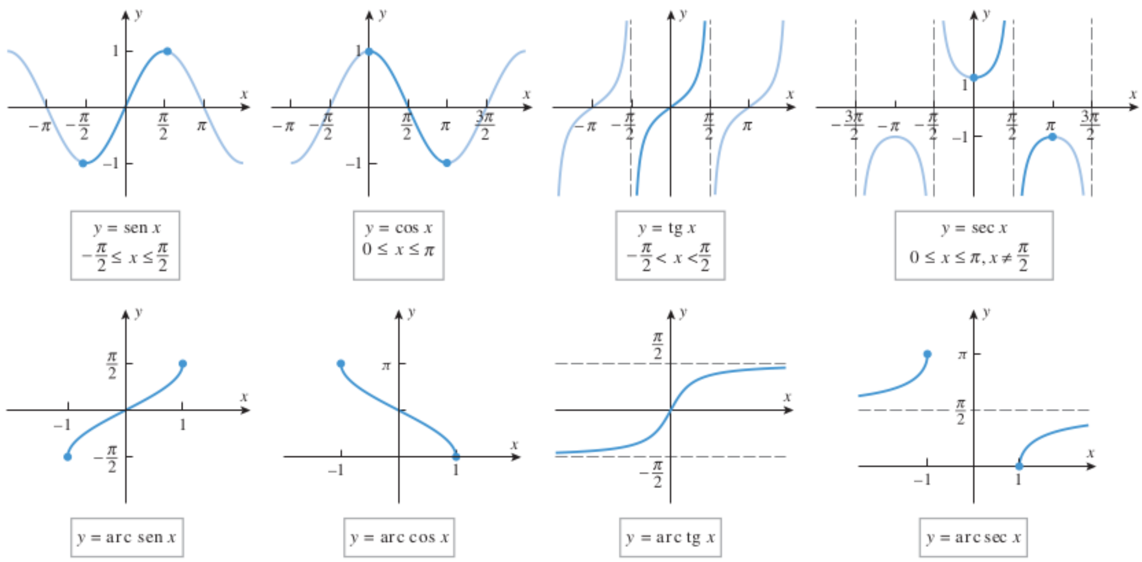
Exercícios da aula 7

funções trigonométricas inversas

Um problema comum em Trigonometria é obter um ângulo x a partir de um valor conhecido de sen x, de cos x ou de alguma outra função trigonométrica. Problemas desse tipo envolvem o cálculo de “funções arco”, tais como arc sen x, arc cos x e assim por diante. As seis funções trigonométricas básicas não têm inversas pois seus gráficos se repetem periodicamente e, portanto, não passam no teste da reta horizontal. Para evitar esse problema, restringimos os domínios das funções trigonométricas para obter funções injetoras e depois definir as “funções trigonométricas inversas” como as inversas dessas funções restritas: sen x restrito a [−π/2 , π/2]; cos x restrito a [0 , π]; tg x restrito a (−π/2 , π/2); sec x restrito a [0 , π]\{π/2}; cosec x restrito a [−π/2 , π/2] \ {0}; cotg x restrito a (0 ,π):

Função	**Domínio**	**Imagem (em radianos)**
y = arcsen(*x*)	[−1,+1]	−π/2 ≤ *y* ≤ π/2
y = arccos(*x*)	[−1,+1]	0 ≤ *y* ≤ π
y = arctg(*x*)	ℝ	−π/2 < *y* < π/2
y = arccot(*x*)	ℝ	0 < *y* < π
y = arcsec(*x*)	[1,+∞[∪]−∞,-1]	0 ≤ *y* < π/2 ou π/2 < *y* ≤ π
y = arccosec(*x*)	]−∞,−1] ∪ [1,+∞[	−π/2 ≤ *y* < 0 ou 0 < *y* ≤ π/2



1. Determine as derivadas das 6 funções trigonométricas e de suas inversas.
2. Derive as funções

(a) $f(x) = \cos(x^3 - e^x)$ (b) $x(t) = t^{\cos t}\operatorname{sen} 3t$ (c) $s(t) = \sqrt{t^2 - \dfrac{1}{t}}$

(d) $h(u) = \ln\left(\dfrac{\sqrt{u}}{1-u}\right)$ (e) $g(x) = (x-7)^{\cos x}$ (f) $z(v) = \log(v^2 - 5)$

(g) $f(x) = \sqrt{e^{x/2} - 1}\sec 7x$ (h) $h(y) = \sec(\tan y)$ (i) $u(x) = \dfrac{\operatorname{cosec} 2x}{e^x - e^{-x}}$

3. Seja $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função derivável tal que $g(2) = 2$ e $g'(2) = 0$. Calcule $H'(2)$, sendo H dada por $H(x) = g(g(g(x)))$.

4. Encontre dy/dx onde $y = f(x)$ uma função diferenciável dada implicitamente pela equação:

(a) $x^2 - y^2 = 4$ (b) $xey + xy = 3$ (c) $2y + \cos y = x$

(d) $y + \ln(x^2 + y^2) = 1$ (e) $xy - e^{xy} = x^2$ (f) $\sqrt{y} + y^{-2} = ye^x$

5. Uma partícula está se movendo ao longo da curva $y = \sqrt{x}$. Quando a partícula passa pelo ponto $(4, 2)$, sua coordenada x cresce a uma taxa de 3 cm/s. Quão rápido está variando a distância da partícula à origem nesse instante?