Sub da 1ª Prova de Álgebra Linear — 2014-1
Jair

A prova é individual e sem consulta e tem duração de 100 minutos. Durante a prova é ***proibido*** *usar qualquer objeto que não seja lápis ou lapiseira, borracha e caneta (leia-se: não pode usar celular). Será levado em conta para a correção dos exercícios:* clareza *na redação das respostas* , corretude *do desenvolvimento das respostas,* o rigor *nas respostas deve ser próximo ao usado nas notas de aulas. Respostas sem justificativas não serão consideradas.*

Exercício 1. Considere o conjunto $V = \mathbb{R}^2$ com a multiplicação por escalar usual, mas a soma de vetores é definida por:

$$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \stackrel{\text{def}}{=\!=} \begin{pmatrix} a+y \\ b+x \end{pmatrix}$$

$a, b, x, y \in \mathbb{R}$. Com essas operações V é um espaço vetorial?

Exercício 2. Dê uma base para $M_{2\times2}$, o espaço vetorial dado pelo conjunto das matrizes quadradas de ordem 2 com as operações usuais. Prove que o conjunto é base.

Exercício 3. Considere o espaço vetorial $M_{2\times2}$. O subconjunto $D_{2\times2} \subset M_{2\times2}$ das matrizes diagonais é um subsespaço de $M_{2\times2}$?

No caso de $D_{2\times2}$ ser subespaço exiba uma base.

Exercício 4. Seja $T\colon V \to W$ uma transformação linear.

1. se $\vec{v_1}, \ldots, \vec{v_n}$ é L.I. em V, então $T(\vec{v_1}), \ldots, T(\vec{v_n})$ é L.I. em W?
2. se $T(\vec{v_1}), \ldots, T(\vec{v_n})$ é L.I. em W então $\vec{v_1}, \ldots, \vec{v_n}$ é L.I. em V?