3^a Prova de Álgebra Linear — 2014-1
Jair

A prova é individual e sem consulta. Durante a prova é ***proibido*** *usar qualquer objeto que não seja lápis ou lapiseira, borracha e caneta (leia-se: não pode usar celular). Será levado em conta para a correção dos exercícios:* clareza *na redação das respostas* , corretude *do desenvolvimento das respostas, o* rigor *nas respostas deve ser próximo ao usado nas notas de aulas. Respostas sem justificativas não serão consideradas.*

Exercício 1. As matrizes da forma

$$\begin{pmatrix} 1 & c \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$c \neq 0$ são diagonalizáveis?

Exercício 2. Prove que se T é um operador linear invertível e $\lambda \neq 0$ é um autovalor de T então $\frac{1}{\lambda}$ é autovalor de T^{-1}.

$\square$

Exercício 3. Determine os autovalores, autovetores e autoespaços de $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 8 & -1 \end{pmatrix}$ e $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.

$\square$

Exercício 4. Sejam T um operador linear sobre o espaço vetorial V e $U \subset V$ um subsepaço. Se

$$T(\vec{u}) \in U \text{ para todo } \vec{u} \in U$$

então dizemos que U é um *subspaço invariante* com respeito a T.

Por exemplo, para $U = \{\vec{0}\}$ temos $T(\vec{0}) = \vec{0}$ e $\vec{0} \in U$, portanto, $U = \{\vec{0}\}$ é *subspaço invariante* com respeito a T. Outro exemplo, para U = V temos para todo $\vec{v} \in V$, que $T(\vec{v}) \in V$, portanto, U = V é *subspaço invariante* com respeito a T.

Prove que se λ é um autovalor de T então V_λ é subspaço invariante com respeito a T.

$\square$