3ª Prova de Álgebra Linear — 2016-1

> ☛ *Durante a prova é **proibido** usar qualquer objeto (como celular e calculadora) que não seja lápis ou lapiseira, borracha e caneta. Tente resolver todas as questões, mas priorize a qualidade da sua resolução. Boa qualidade em pouca quantidade é melhor do que muita quantidade com pouca qualidade. **Respostas sem justificativas não serão consideradas**.*

Exercício 1. Encontre os autovalores e autovetores de $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ dada por $T(x,y) = (x+y, x-y)$. Essa transformação linear é diagonalizável?

Exercício 2. Diz-se que um operador linear $T : V \to V$ é idempotente se $T^2 = T$. Sendo T idempotente

(i) Encontre seus autovalores;

(ii) mostre que um operador linear idempotente é diagonalizável.

Exercício 3. Encontre as matrizes:

(i) mudança de base, da base canônica do $\mathbb{R}^2$ para a base $B = \left(\binom{1}{1}, \binom{-1}{1}\right)$;

(ii) que representa T do Exercício 1 na base canônica;

(iii) que representa T do Exercício 1 na base B do item (i).

(iv) que representa T do Exercício 1 numa base de autovetores de T, caso exista.

Exercício 4. Se $A \in M_{n\times n}(\mathbb{R})$ é uma matriz triangular superior[1] qual é o polinômio característico de A?

---

[1] $A = (a_{i,j})$ com $a_{i,j} = 0$ sempre que $i > j$