

## EXERCÍCIOS

- (1) (**correção forte**) Demonstre que se  $\Gamma \vdash \alpha$ , então  $\Gamma \models \alpha$ .
- (2) (**completude forte**) Se  $\Gamma \models \alpha$  então  $\Gamma \vdash \alpha$ ? Justifique?
- (3) Mostre que se  $w$  é uma valoração de  $\mathcal{L}_0$  então  $\{\phi : w(\phi) = 1\}$  é consistente maximal.
- (4) (**completude sintática**) Um sistema formal é sintaticamente completo se para cada fórmula  $\phi$  da linguagem do sistema, temos  $\vdash \phi$  ou  $\vdash \neg\phi$ . Isto é mais forte do que completude semântica definida no texto. Essa definição é equivalente a afirmação *um sistema formal é sintaticamente completo se, e somente se, nenhuma sentença não deduzível pode ser adicionado a ele sem introduzir uma inconsistência*? O sistema formal  $K$  é sintaticamente completo?
- (5) Dizemos que o conjunto de fórmulas  $\Gamma$  é **sintaticamente completo** se para toda fórmula  $\alpha$  vale que  $\Gamma \vdash \alpha$  ou que  $\Gamma \vdash \neg\alpha$ . Demonstre que se  $\Gamma$  é sintaticamente completo e  $w \models \Gamma$  então, para toda fórmula  $\alpha$ , vale  $w \models \alpha$  se, e só se,  $\Gamma \vdash \alpha$ .
- (6) Tome  $\Gamma = \{p_2, p_3, p_4, \dots\}$  e demonstre que não há uma prova de  $p_1$  a partir de  $\Gamma$ , nem de  $\neg p_1$  a partir de  $\Gamma$ .
- (7) Demonstre que se  $\Gamma$  é consistente então existe  $\Delta \supseteq \Gamma$  consistente e sintaticamente completo.
- (8) Prove que  $\Gamma$  é consistente maximal então para todo  $\alpha, \beta, \gamma$ :
  - (a)  $\Gamma \vdash \neg\alpha$  se, e só se,  $\Gamma \not\vdash \alpha$ .
- (9) Verifique quais dos seguintes conjuntos são consistentes
  - (a)  $\{\neg p_1 \wedge p_2 \rightarrow p_0, p_1 \rightarrow (\neg p_1 \rightarrow p_2), p_0 \leftrightarrow \neg p_2\}$ ,
  - (b)  $\{p_0 \rightarrow p_1, p_0 \wedge p_2 \rightarrow p_1 \wedge p_3, p_0 \wedge p_2 \wedge p_4 \rightarrow p_1 \wedge p_3 \wedge p_5, \dots\}$ .
- (10) Demonstre que  $\{\sigma \in \mathcal{L}_0 : \Gamma \vdash \sigma\}$  é maximalmente consistente se, e só se,  $\Gamma$  é sintaticamente completo.