Lista 3 - Geometria Analítica

Soma de Ponto e Vetor, e Problemas Clássicos de Geometria

1 — Prove que:

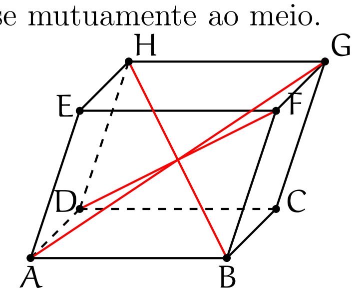
a) $(P + \mathbf{u}) - \mathbf{u} = \mathbf{P}$

b) $P + \mathbf{u} = Q + \mathbf{v}$ então $\mathbf{u} = PQ + \mathbf{v}$

c) $P + \overrightarrow{PQ} = Q$

2 — Prove que as diagonais de um paralelogramo se dividem mutualmente ao meio.

3 — Chama-se diagonal de um paralelepípedo a um segmento ligando dois vértices não pertencentes a uma mesma face. Demostre que as diagonais de um paralelepípedo dividem-se mutuamente ao meio.



4 — Seja $ABCD$ um quadrilátero. Se E é o ponto médio do lado AB e F é o ponto médio do lado oposto DC, prove que $\overrightarrow{EF} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$.

5 — Seja G o baricentro (ou seja o ponto de encontro das medianas) do triângulo ABC. Prove que $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \mathbf{0}$.

6 — Prove que o segmento que une os pontos médios dos lados não paralelos de um trapézio é paralelo as bases, e sua medida é a semi-soma das medidas das bases.

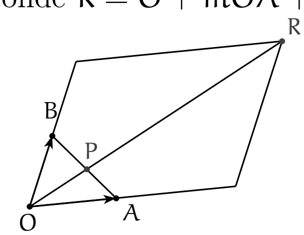
7 — Prove que existe um único ponto comum as bissetrizes internas de um triângulo e que esse ponto, conhecido como incentro do triângulo é interior a ele.

8 — Dado $ABCD$ um tetraedro, seja M o ponto de encontro das medianas do triângulo ABC. Exprima o vetor $\overrightarrow{DM}$ em função dos vetores $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{DB}$ e $\overrightarrow{DC}$.

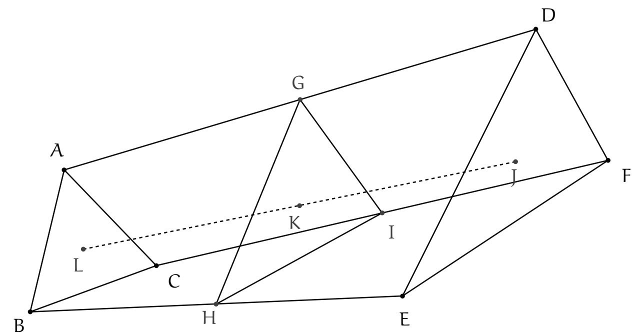
9 — Dado $ABCD$ um quadrilátero, e O um ponto qualquer e seja P o ponto médio do segmento que une os pontos médios das diagonais AC e BD. Prove que

$$P = O + \frac{1}{4}\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}\right)$$

10 — Mostre que dados os vetores $m\overrightarrow{OA}$ e $n\overrightarrow{OB}$, sua soma é igual a $(n+m)\overrightarrow{OP}$, sendo P o ponto de intersecção do segmento AB com a reta OR, onde $R = O + m\overrightarrow{OA} + n\overrightarrow{OB}$.



11 — Num plano são dados dois triângulos ΔABC e ΔCDE. Sejam G, H, I os pontos médios dos segmentos $\overline{AC}, \overline{BD}$ e $\overline{CE}$ respectivamente. Mostre que os baricentros dos triângulos ΔABC ΔDEF e ΔGHI são colineares.



Respostas dos Exercícios