

NOME:

NOTA:

Regras: 1 - Não é permitido o uso de calculadoras.

2 - Somente serão aceitas as resoluções feitas nas folhas anexas.

01ª Questão (Valor 2.0)

(a) Determine o seguinte limite, se existir, ou mostre que não existe:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{y(x^2 + y^2)}.$$

(b) Seja $z = f(x, y)$ onde $x = e^s \cos(t)$ e $y = e^s \sin(t)$. Calcule z_{st} .

02ª Questão (Valor 2.0) Considere a função:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2+y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

- (a) A função f é contínua em $(0, 0)$? Justifique.
- (b) Obtenha as derivadas parciais f_x e f_y .
- (c) A função f é diferenciável em $(0, 0)$? Justifique.

03ª Questão (Valor 2.0) Suponha que em uma certa região do espaço o potencial elétrico V seja dado por

$$V(x, y, z) = x^2 - 3xy + xyz.$$

- (a) Determine a taxa de variação do potencial em $P = (3, 4, 5)$ na direção do vetor $v = (1, 1, -1)$.
- (b) Em que direção V varia mais rapidamente em P ?
- (c) Qual a taxa máxima de variação em P ?

04ª Questão (Valor 2.0) Considere a função:

$$f(x, y) = e^{x+y}.$$

- (a) Determinar o domínio e a imagem de f .
- (b) Esboçar as curvas de nível de f .

05ª Questão (Valor 2.0) Considere a função $f(x, y) = x\psi\left(\frac{x}{y}\right)$ em que $\psi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função diferenciável. Mostre que o plano tangente ao gráfico de f em um ponto arbitrário $(a, b, f(a, b))$ passa pela origem.

BOA PROVA!