

NOME: \_\_\_\_\_

NOTA: \_\_\_\_\_

**Regras: 1 - Não é permitido o uso de calculadoras.**

**2 - Somente serão aceitas as resoluções feitas nas folhas anexas.**

**01ª Questão (Valor 3.0)**

(a) Calcule  $\int_0^a \int_0^{\sqrt{a^2-x^2}} dy dx$ . Esboce a região de integração.

(b) Encontre o volume da região entre o cilindro  $z = y^2$  e o plano  $xy$  que é delimitada pelos planos  $x = 0, x = 1, y = -1, y = 1$ . Esboce a região de integração.

**02ª Questão (Valor 2.0)**

Uma empresa de serviço de entrega restringe as dimensões do pacote a caixas retangulares tais que o comprimento mais o dobro da largura mais o dobro da altura não pode exceder 108 centímetros. Quais são as dimensões do pacote com maior volume que a empresa entrega? (Sugestão: Utilize o método dos multiplicadores de Lagrange para encontrar os pontos de máximo na fronteira da região dada pela restrição.)

**03ª Questão (Valor 2.0)**

Calcule a integral, fazendo uma mudança de variáveis apropriada:

$$\iint_R \frac{x + 2y}{\cos(x - y)} dA$$

onde  $R$  é o paralelogramo limitado pelas retas  $x - y = 0, x - y = 1, x + 2y = 0$  e  $x + 2y = 2$ . Esboce as regiões de integração.

**04ª Questão (Valor 2.0)**

O centróide de uma região  $E$  é dado por  $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ , onde

$$\bar{x} = \frac{1}{\text{vol}(E)} \iiint_E x dV, \quad \bar{y} = \frac{1}{\text{vol}(E)} \iiint_E y dV, \quad \bar{z} = \frac{1}{\text{vol}(E)} \iiint_E z dV.$$

Use coordenadas esféricas para calcular o centróide da seguinte região, dada em coordenadas esféricas:

$$0 \leq \rho \leq 1, \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi, \quad 0 \leq \phi \leq \pi/3.$$

Devido à simetria da região, as coordenadas  $\bar{x}$  e  $\bar{y}$  se anulam. Calcule a terceira coordenada. Esboce a região de integração.

**05ª Questão (Valor 2.0)**

Determine o volume do sólido que está acima do cone  $\phi = \frac{\pi}{3}$  e abaixo da esfera  $\rho = 4 \cos \phi$ .

**BOA PROVA!**