

NOME: _____

NOTA: _____

Regras: 1 - Não é permitido o uso de calculadoras.

2 - Somente serão aceitas as resoluções feitas nas folhas anexas.

01ª Questão (Valor 3.0)

(a) Calcule $\iint_R \sin(x^2 + y^2) dA$, onde R é a região acima do eixo x e dentro da circunferência $x^2 + y^2 = 9$. Esboce a região de integração.

(b) Calcule $\iint_R xy \, dx dy$ na região plana R limitada pelas retas

$$x + y = -1, \quad x + y = 1, \quad x - y = 0 \text{ e } x - y = 1,$$

aplicando a transformação $u = x + y$ e $v = x - y$. Esboce as regiões de integração.

02ª Questão (Valor 2.0)

Uma empresa de serviço de entrega restringe as dimensões do pacote a caixas retangulares tais que o comprimento mais o dobro da largura mais o dobro da altura não pode exceder 108 centímetros. Quais são as dimensões do pacote com maior volume que a empresa entrega? (Sugestão: Utilize o método dos multiplicadores de Lagrange para encontrar os pontos de máximo na fronteira da região dada pela restrição.)

03ª Questão (Valor 2.0)

Determine a massa m do sólido E limitado por $x + y + z \leq 1$, $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$, sabendo que

$$m = \iiint_E \rho(x, y, z) \, dV$$

e $\rho(x, y, z) = xyz$ é a densidade de E . Esboce a região de integração.

04ª Questão (Valor 2.0)

O centróide de uma região E é dado por $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$, onde

$$\bar{x} = \frac{1}{\text{vol}(E)} \iiint_E x \, dV, \quad \bar{y} = \frac{1}{\text{vol}(E)} \iiint_E y \, dV, \quad \bar{z} = \frac{1}{\text{vol}(E)} \iiint_E z \, dV.$$

Use coordenadas esféricas para calcular o centróide da seguinte região, dada em coordenadas esféricas:

$$0 \leq \rho \leq 1, \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi, \quad 0 \leq \phi \leq \pi/3.$$

Devido à simetria da região, as coordenadas \bar{x} e \bar{y} se anulam. Calcule a terceira coordenada. Esboce a região de integração.

05ª Questão (Valor 2.0)

Utilize coordenadas cilíndricas para determinar o volume do sólido limitado pelo cilindro $x^2 + y^2 = 4$ e pelos planos $z = 0$ e $y + z = 3$.

BOA PROVA!