Funções reais: exponencial e logarítmica

Juliana Pimentel

juliana.pimentel@ufabc.edu.br

27 de julho de 2016

Potenciação com expoente inteiro

Sejam $a \neq 0$ um número real e $n > 0$ um número natural. Definimos

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Potenciação com expoente inteiro

Sejam $a \neq 0$ um número real e $n > 0$ um número natural. Definimos

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Exemplos:

1. $2^{-3} = 1/8$
2. $(5/2)^{-1} = -1/8$
3. $(-2)^{-3} = -1/8$
4. $(-1/3)^{-4} = 81$

Potenciação com expoente inteiro

Sejam $a \neq 0$ um número real e $n > 0$ um número natural. Definimos

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Exemplos:

1. $2^{-3} = 1/8$
2. $(5/2)^{-1} = -1/8$
3. $(-2)^{-3} = -1/8$
4. $(-1/3)^{-4} = 81$

Observação: Valem

$$a^{m+n} = a^m \cdot a^n, \quad a^{mn} = (a^m)^n.$$

Se $a > 0$ e n é um número inteiro, então $a^n > 0$.

Potenciação com expoente racional

Sejam $a > 0$ um número real, m um número inteiro e $n \neq 0$ um número natural. Definimos

$$a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m}.$$

Potenciação com expoente racional

Sejam $a > 0$ um número real, m um número inteiro e $n \neq 0$ um número natural. Definimos

$$a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m}.$$

Exemplos:

1. $3^{1/2} = \sqrt{3}$.

2. $2^{1/3} = \sqrt[3]{2}$.

3. $(2/3)^{-4/2} = 9/4$.

Potenciação com expoente racional

Sejam $a > 0$ um número real, m um número inteiro e $n \neq 0$ um número natural. Definimos

$$a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m}.$$

Exemplos:

1. $3^{1/2} = \sqrt{3}$.
2. $2^{1/3} = \sqrt[3]{2}$.
3. $(2/3)^{-4/2} = 9/4$.

Observações: Se x é um número racional, então $a^x > 0$.

Propriedades da potenciação com expoente racional

Seja $a > 0$ um número real e sejam x e y números racionais. Valem:

- $a^{x+y} = a^x \cdot a^y$;
- $a^{xy} = (a^x)^y$.

Potenciação com expoente real

Sejam $a > 0$ um número real e x um número real.

1. Se $a \geq 1$, definimos $a^x = sup\{a^r : r \text{ racional e } r \leq x\}$;

Potenciação com expoente real

Sejam $a > 0$ um número real e x um número real.

1. Se $a \geq 1$, definimos $a^x = sup\{a^r : r \text{ racional e } r \leq x\}$;
2. Se $a < 1$, definimos $a^x = inf\{a^r : r \text{ racional e } r \leq x\}$

Função exponencial

Seja $a > 0$ um número real tal que $a \neq 1$. A função $f : \mathbb{R} \to (0, +\infty)$ dada por

$$f(x) = a^x$$

recebe o nome de função exponencial de base a.

Função exponencial

Seja $a > 0$ um número real tal que $a \neq 1$. A função $f : \mathbb{R} \to (0, +\infty)$ dada por

$$f(x) = a^x$$

recebe o nome de função exponencial de base a.

Observações:

- $a^0 = 1$.

Função exponencial

Seja $a > 0$ um número real tal que $a \neq 1$. A função $f : \mathbb{R} \to (0, +\infty)$ dada por

$$f(x) = a^x$$

recebe o nome de função exponencial de base a.

Observações:

- $a^0 = 1$.
- Se $a > 1$, então f é estritamente crescente (e, portanto, injetora).

Função exponencial

Seja $a > 0$ um número real tal que $a \neq 1$. A função $f : \mathbb{R} \to (0, +\infty)$ dada por

$$f(x) = a^x$$

recebe o nome de função exponencial de base a.

Observações:

- $a^0 = 1$.
- Se $a > 1$, então f é estritamente crescente (e, portanto, injetora).
- Se $a < 1$, então f é estritamente decrescente (e, portanto, injetora).

Função exponencial

Seja $a > 0$ um número real tal que $a \neq 1$. A função $f : \mathbb{R} \to (0, +\infty)$ dada por

$$f(x) = a^x$$

recebe o nome de função exponencial de base a.

Observações:

- $a^0 = 1$.
- Se $a > 1$, então f é estritamente crescente (e, portanto, injetora).
- Se $a < 1$, então f é estritamente decrescente (e, portanto, injetora).
- f é sobrejetora.

Função logarítmica

Seja $a > 0$ um número real tal que $a \neq 1$. A inversa da função exponencial de base a

$$log_a : (0, \infty) \to \mathbb{R}$$

é denominada a função logarítmica de base a.

Função logarítmica

Seja $a > 0$ um número real tal que $a \neq 1$. A inversa da função exponencial de base a

$$log_a : (0, \infty) \to \mathbb{R}$$

é denominada a função logarítmica de base a. Observação:

- $log_a(y) = x$ é equivalente a $a^x = y$.

Função logarítmica

Seja $a > 0$ um número real tal que $a \neq 1$. A inversa da função exponencial de base a

$$log_a : (0, \infty) \to \mathbb{R}$$

é denominada a função logarítmica de base a. Observação:

- $log_a(y) = x$ é equivalente a $a^x = y$.
- $log_a(1) = 0$.

Função logarítmica

Seja $a > 0$ um número real tal que $a \neq 1$. A inversa da função exponencial de base a

$$log_a : (0, \infty) \to \mathbb{R}$$

é denominada a função logarítmica de base a. Observação:

- $log_a(y) = x$ é equivalente a $a^x = y$.
- $log_a(1) = 0$.
- Se $a > 1$, então log_a é estritamente crescente.

Função logarítmica

Seja $a > 0$ um número real tal que $a \neq 1$. A inversa da função exponencial de base a

$$log_a : (0, \infty) \to \mathbb{R}$$

é denominada a função logarítmica de base a. Observação:

- $log_a(y) = x$ é equivalente a $a^x = y$.
- $log_a(1) = 0$.
- Se $a > 1$, então log_a é estritamente crescente.
- Se $a < 1$, então log_a é estritamente decrescente.