Bases Matemáticas

Aula 3 – Conjuntos

Rodrigo Hausen

Definição ingênua de conjunto

Um **conjunto** é uma qualquer coleção de objetos, concretos ou abstratos, sem repetição. Dado um conjunto, isto é, uma coleção de objetos, diz-se que cada um destes objetos **pertence** ao conjunto dado ou, equivalentemente, que é um **elemento** desse conjunto.

Exemplo 1 São conjuntos:

- conjunto das disciplinas do primeiro trimestre do BC&T;
- conjunto das letras desta frase;

Definição ingênua de conjunto

Um **conjunto** é uma qualquer coleção de objetos, concretos ou abstratos, sem repetição. Dado um conjunto, isto é, uma coleção de objetos, diz-se que cada um destes objetos **pertence** ao conjunto dado ou, equivalentemente, que é um **elemento** desse conjunto.

Exemplo 1 São conjuntos:

- conjunto das disciplinas do primeiro trimestre do BC&T;
- conjunto das letras desta frase;
- conjunto dos times de futebol de um estado[1];

[1] Note que os elementos deste conjunto são, por sua vez, conjuntos também.

Definição ingênua de conjunto

Um **conjunto** é uma qualquer coleção de objetos, concretos ou abstratos, sem repetição. Dado um conjunto, isto é, uma coleção de objetos, diz-se que cada um destes objetos **pertence** ao conjunto dado ou, equivalentemente, que é um **elemento** desse conjunto.

Exemplo 1 São conjuntos:

- conjunto das disciplinas do primeiro trimestre do BC&T;
- conjunto das letras desta frase;
- conjunto dos times de futebol de um estado[1];
- conjunto dos conjuntos dos times de futebol de cada estado[1];

[1] Note que os elementos deste conjunto são, por sua vez, conjuntos também.

Definição ingênua de conjunto

Um **conjunto** é uma qualquer coleção de objetos, concretos ou abstratos, sem repetição. Dado um conjunto, isto é, uma coleção de objetos, diz-se que cada um destes objetos **pertence** ao conjunto dado ou, equivalentemente, que é um **elemento** desse conjunto.

Exemplo 1 São conjuntos:

- conjunto das disciplinas do primeiro trimestre do BC&T;
- conjunto das letras desta frase;
- conjunto dos times de futebol de um estado[1];
- conjunto dos conjuntos dos times de futebol de cada estado[1];
- conjunto das idéias que Leonardo da Vinci nunca teve;

[1] Note que os elementos deste conjunto são, por sua vez, conjuntos também.

Definição ingênua de conjunto

Um **conjunto** é uma qualquer coleção de objetos, concretos ou abstratos, sem repetição. Dado um conjunto, isto é, uma coleção de objetos, diz-se que cada um destes objetos **pertence** ao conjunto dado ou, equivalentemente, que é um **elemento** desse conjunto.

Exemplo 1 São conjuntos:

- conjunto das disciplinas do primeiro trimestre do BC&T;
- conjunto das letras desta frase;
- conjunto dos times de futebol de um estado[1];
- conjunto dos conjuntos dos times de futebol de cada estado[1];
- conjunto das idéias que Leonardo da Vinci nunca teve;
- conjunto dos números naturais.

[1] Note que os elementos deste conjunto são, por sua vez, conjuntos também.

Notações

Para denotar um conjunto, usam-se normalmente letras maiúsculas $A, B, C, \ldots, Z$, enquanto que para seus elementos geralmente usam-se letras minúsculas $a, b, c, \ldots, z$

- **atenção**: esta é somente uma notação comum, não uma regra, até mesmo porque um conjunto pode ser, por sua vez, um elemento de outro conjunto, caso em que a notação não poderia ser respeitada.

Notações

Para denotar um conjunto, usam-se normalmente letras maiúsculas $A, B, C, \ldots, Z$, enquanto que para seus elementos geralmente usam-se letras minúsculas $a, b, c, \ldots, z$

- **atenção**: esta é somente uma notação comum, não uma regra, até mesmo porque um conjunto pode ser, por sua vez, um elemento de outro conjunto, caso em que a notação não poderia ser respeitada.

A relação de pertinência é denotada pelo símbolo $\in$. Jé o símbolo $\notin$ é usado para denotar a não-pertinência (quando isto fizer sentido).

Notações

Para denotar um conjunto, usam-se normalmente letras maiúsculas $A, B, C, \ldots, Z$, enquanto que para seus elementos geralmente usam-se letras minúsculas $a, b, c, \ldots, z$

- **atenção**: esta é somente uma notação comum, não uma regra, até mesmo porque um conjunto pode ser, por sua vez, um elemento de outro conjunto, caso em que a notação não poderia ser respeitada.

A relação de pertinência é denotada pelo símbolo $\in$. Jé o símbolo $\notin$ é usado para denotar a não-pertinência (quando isto fizer sentido).

Exemplos 2:

- $2 \in \mathbb{N}$ (2 pertence aos números naturais)
- $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$ ($\sqrt{2}$ não pertence aos números racionais)

Formas de descrever um conjunto

Exemplos 3

Por enumeração:

- $\{1,2,3\}$
- {Santo André, São Bernardo, São Caetano, Diadema}

Formas de descrever um conjunto

Exemplos 3

Por enumeração:

- $\{1,2,3\}$
- {Santo André, São Bernardo, São Caetano, Diadema}
- { alunos desta turma }

Formas de descrever um conjunto

Exemplos 3

Por enumeração:

- $\{1,2,3\}$
- {Santo André, São Bernardo, São Caetano, Diadema}
- { alunos desta turma }
- $\{0, 1, 2, \ldots\}$

Formas de descrever um conjunto

Exemplos 3

Por enumeração:

- $\{1,2,3\}$
- {Santo André, São Bernardo, São Caetano, Diadema}
- { alunos desta turma }
- $\{0, 1, 2, \ldots\}$

Por um predicado:

- $\{n \in \mathbb{N} \mid n + 1 \text{ é múltiplo de } 10\}$
- $\{x \in \mathbb{R} \,;\, x^2 + 2x - 1 > 0\}$

Usa-se | ou ; ou : para separar a propriedade que caracteriza os elementos do conjnto. Estes símbolos são lidos como “tal que.”

Subconjuntos

Dizemos que um conjunto B é um **subconjunto** de um conjunto A (ou, equivalentemente, que B **está contido** em A) se todo elemento de B é também elemento de A, denotando-se tal situação por $B \subset A$.

Subconjuntos

Dizemos que um conjunto B é um **subconjunto** de um conjunto A (ou, equivalentemente, que B **está contido** em A) se todo elemento de B é também elemento de A, denotando-se tal situação por $B \subset A$.

Exemplo 4 Seja P o conjunto dos números naturais pares (incluindo o zero). Demonstre que, se $P' = \{n \in \mathbb{N} \mid n - 2 \in P\}$, então $P' \subset P$.

Subconjuntos

Dizemos que um conjunto B é um **subconjunto** de um conjunto A (ou, equivalentemente, que B **está contido** em A) se todo elemento de B é também elemento de A, denotando-se tal situação por $B \subset A$.

Exemplo 4 Seja P o conjunto dos números naturais pares (incluindo o zero). Demonstre que, se $P' = \{n \in \mathbb{N} \mid n - 2 \in P\}$, então $P' \subset P$.

Demonstração: Seja $x \in P'$,

Subconjuntos

Dizemos que um conjunto B é um **subconjunto** de um conjunto A (ou, equivalentemente, que B **está contido** em A) se todo elemento de B é também elemento de A, denotando-se tal situação por $B \subset A$.

Exemplo 4 Seja P o conjunto dos números naturais pares (incluindo o zero). Demonstre que, se $P' = \{n \in \mathbb{N} \mid n - 2 \in P\}$, então $P' \subset P$.

Demonstração: Seja $x \in P'$, portanto $x - 2$ é par (por hipótese),

Subconjuntos

Dizemos que um conjunto B é um **subconjunto** de um conjunto A (ou, equivalentemente, que B **está contido** em A) se todo elemento de B é também elemento de A, denotando-se tal situação por $B \subset A$.

Exemplo 4 Seja P o conjunto dos números naturais pares (incluindo o zero). Demonstre que, se $P' = \{n \in \mathbb{N} \mid n - 2 \in P\}$, então $P' \subset P$.

Demonstração: Seja $x \in P'$, portanto $x - 2$ é par (por hipótese), e consequentemente, $x - 2 = 2k$ para algum k inteiro (def. de número par).

Dizemos que um conjunto B é um **subconjunto** de um conjunto A (ou, equivalentemente, que B **está contido** em A) se todo elemento de B é também elemento de A, denotando-se tal situação por $B \subset A$.

Exemplo 4 Seja P o conjunto dos números naturais pares (incluindo o zero). Demonstre que, se $P' = \{n \in \mathbb{N} \mid n - 2 \in P\}$, então $P' \subset P$.

Demonstração: Seja $x \in P'$, portanto $x - 2$ é par (por hipótese), e consequentemente, $x - 2 = 2k$ para algum k inteiro (def. de número par). Logo,

$$\begin{aligned} x - 2 &= 2k \\ x &= 2k + 2 = 2(k+1), \end{aligned}$$

Subconjuntos

Dizemos que um conjunto B é um **subconjunto** de um conjunto A (ou, equivalentemente, que B **está contido** em A) se todo elemento de B é também elemento de A, denotando-se tal situação por $B \subset A$.

Exemplo 4 Seja P o conjunto dos números naturais pares (incluindo o zero). Demonstre que, se $P' = \{n \in \mathbb{N} \mid n - 2 \in P\}$, então $P' \subset P$.

Demonstração: Seja $x \in P'$, portanto $x - 2$ é par (por hipótese), e consequentemente, $x - 2 = 2k$ para algum k inteiro (def. de número par). Logo,

$$\begin{aligned} x - 2 &= 2k \\ x &= 2k + 2 = 2(k+1), \end{aligned}$$

o que implica que x também é par, ou seja, $x \in P$. $\square$

Definição. Dizemos que dois conjuntos A e B são iguais, $A = B$, se tivermos que $A \subset B$ e $B \subset A$.

Exemplo 5 Seja P o conjunto dos números naturais pares (zero incluso) e A o conjunto dos números naturais que são antecessores de números ímpares. Demonstre que $P = A$.

Demonstração:

Igualdade entre dois conjuntos

Definição. Dizemos que dois conjuntos A e B são iguais, $A = B$, se tivermos que $A \subset B$ e $B \subset A$.

Exemplo 5 Seja P o conjunto dos números naturais pares (zero incluso) e A o conjunto dos números naturais que são antecessores de números ímpares. Demonstre que $P = A$.

Demonstração: Primeiramente, vamos mostrar que $P \subset A$.

Igualdade entre dois conjuntos

Definição. Dizemos que dois conjuntos A e B são iguais, $A = B$, se tivermos que $A \subset B$ e $B \subset A$.

Exemplo 5 Seja P o conjunto dos números naturais pares (zero incluso) e A o conjunto dos números naturais que são antecessores de números ímpares. Demonstre que $P = A$.

Demonstração: Primeiramente, vamos mostrar que $P \subset A$. Seja $x \in P$,

Igualdade entre dois conjuntos

Definição. Dizemos que dois conjuntos A e B são iguais, $A = B$, se tivermos que $A \subset B$ e $B \subset A$.

Exemplo 5 Seja P o conjunto dos números naturais pares (zero incluso) e A o conjunto dos números naturais que são antecessores de números ímpares. Demonstre que $P = A$.

Demonstração: Primeiramente, vamos mostrar que $P \subset A$. Seja $x \in P$, portanto $x = 2k$ para algum k inteiro.

Igualdade entre dois conjuntos

Definição. Dizemos que dois conjuntos A e B são iguais, $A = B$, se tivermos que $A \subset B$ e $B \subset A$.

Exemplo 5 Seja P o conjunto dos números naturais pares (zero incluso) e A o conjunto dos números naturais que são antecessores de números ímpares. Demonstre que $P = A$.

Demonstração: Primeiramente, vamos mostrar que $P \subset A$. Seja $x \in P$, portanto $x = 2k$ para algum k inteiro. O sucessor de x é $x + 1 = 2k + 1$, portanto ímpar.

Igualdade entre dois conjuntos

Definição. Dizemos que dois conjuntos A e B são iguais, $A = B$, se tivermos que $A \subset B$ e $B \subset A$.

Exemplo 5 Seja P o conjunto dos números naturais pares (zero incluso) e A o conjunto dos números naturais que são antecessores de números ímpares. Demonstre que $P = A$.

Demonstração: Primeiramente, vamos mostrar que $P \subset A$. Seja $x \in P$, portanto $x = 2k$ para algum k inteiro. O sucessor de x é $x + 1 = 2k + 1$, portanto ímpar. Logo, todo número x é antecessor de um número ímpar, ou seja, $x \in A$.

Igualdade entre dois conjuntos

Definição. Dizemos que dois conjuntos A e B são iguais, $A = B$, se tivermos que $A \subset B$ e $B \subset A$.

Exemplo 5 Seja P o conjunto dos números naturais pares (zero incluso) e A o conjunto dos números naturais que são antecessores de números ímpares. Demonstre que $P = A$.

Demonstração: Primeiramente, vamos mostrar que $P \subset A$. Seja $x \in P$, portanto $x = 2k$ para algum k inteiro. O sucessor de x é $x + 1 = 2k + 1$, portanto ímpar. Logo, todo número x é antecessor de um número ímpar, ou seja, $x \in A$.

Agora, demonstraremos que $A \subset P$.

Igualdade entre dois conjuntos

Definição. Dizemos que dois conjuntos A e B são iguais, $A = B$, se tivermos que $A \subset B$ e $B \subset A$.

Exemplo 5 Seja P o conjunto dos números naturais pares (zero incluso) e A o conjunto dos números naturais que são antecessores de números ímpares. Demonstre que $P = A$.

Demonstração: Primeiramente, vamos mostrar que $P \subset A$. Seja $x \in P$, portanto $x = 2k$ para algum k inteiro. O sucessor de x é $x + 1 = 2k + 1$, portanto ímpar. Logo, todo número x é antecessor de um número ímpar, ou seja, $x \in A$.

Agora, demonstraremos que $A \subset P$. Seja $a \in A$,

Igualdade entre dois conjuntos

Definição. Dizemos que dois conjuntos A e B são iguais, $A = B$, se tivermos que $A \subset B$ e $B \subset A$.

Exemplo 5 Seja P o conjunto dos números naturais pares (zero incluso) e A o conjunto dos números naturais que são antecessores de números ímpares. Demonstre que $P = A$.

Demonstração: Primeiramente, vamos mostrar que $P \subset A$. Seja $x \in P$, portanto $x = 2k$ para algum k inteiro. O sucessor de x é $x + 1 = 2k + 1$, portanto ímpar. Logo, todo número x é antecessor de um número ímpar, ou seja, $x \in A$.

Agora, demonstraremos que $A \subset P$. Seja $a \in A$, portanto $a = i - 1$, onde i é ímpar.

Igualdade entre dois conjuntos

Definição. Dizemos que dois conjuntos A e B são iguais, $A = B$, se tivermos que $A \subset B$ e $B \subset A$.

Exemplo 5 Seja P o conjunto dos números naturais pares (zero incluso) e A o conjunto dos números naturais que são antecessores de números ímpares. Demonstre que $P = A$.

Demonstração: Primeiramente, vamos mostrar que $P \subset A$. Seja $x \in P$, portanto $x = 2k$ para algum k inteiro. O sucessor de x é $x + 1 = 2k + 1$, portanto ímpar. Logo, todo número x é antecessor de um número ímpar, ou seja, $x \in A$.

Agora, demonstraremos que $A \subset P$. Seja $a \in A$, portanto $a = i - 1$, onde i é ímpar. Como i é ímpar, então $i = 2q + 1$ para algum q inteiro

Igualdade entre dois conjuntos

Definição. Dizemos que dois conjuntos A e B são iguais, $A = B$, se tivermos que $A \subset B$ e $B \subset A$.

Exemplo 5 Seja P o conjunto dos números naturais pares (zero incluso) e A o conjunto dos números naturais que são antecessores de números ímpares. Demonstre que $P = A$.

Demonstração: Primeiramente, vamos mostrar que $P \subset A$. Seja $x \in P$, portanto $x = 2k$ para algum k inteiro. O sucessor de x é $x + 1 = 2k + 1$, portanto ímpar. Logo, todo número x é antecessor de um número ímpar, ou seja, $x \in A$.

Agora, demonstraremos que $A \subset P$. Seja $a \in A$, portanto $a = i - 1$, onde i é ímpar. Como i é ímpar, então $i = 2q + 1$ para algum q inteiro e, consequentemente, $a = i - 1 = 2q + 1 - 1 =$
$= 2q$,

Definição. Dizemos que dois conjuntos A e B são iguais, $A = B$, se tivermos que $A \subset B$ e $B \subset A$.

Exemplo 5 Seja P o conjunto dos números naturais pares (zero incluso) e A o conjunto dos números naturais que são antecessores de números ímpares. Demonstre que $P = A$.

Demonstração: Primeiramente, vamos mostrar que $P \subset A$. Seja $x \in P$, portanto $x = 2k$ para algum k inteiro. O sucessor de x é $x + 1 = 2k + 1$, portanto ímpar. Logo, todo número x é antecessor de um número ímpar, ou seja, $x \in A$.

Agora, demonstraremos que $A \subset P$. Seja $a \in A$, portanto $a = i - 1$, onde i é ímpar. Como i é ímpar, então $i = 2q + 1$ para algum q inteiro e, consequentemente, $a = i - 1 = 2q + 1 - 1 =$ $= 2q$, o que nos diz que $a \in P$. $\square$

Desigualdade entre dois conjuntos

Exemplo 6 Sejam P o conjunto dos números naturais pares (zero incluso) e $P' = \{n \in \mathbb{N} \mid n - 2 \in P\}$. É verdade que $P = P'$?

Vimos no exemplo 4 que $P' \subset P$. Se demonstrarmos que $P \subset P'$, então teremos que $P = P'$.

Desigualdade entre dois conjuntos

Exemplo 6 Sejam P o conjunto dos números naturais pares (zero incluso) e $P' = \{n \in \mathbb{N} \mid n - 2 \in P\}$. É verdade que $P = P'$?

Vimos no exemplo 4 que $P' \subset P$. Se demonstrarmos que $P \subset P'$, então teremos que $P = P'$.

Contudo, note que $0 \in P$, mas $0 \notin P'$ (pois $0 - 2 = -2$ não é número natural). Portanto $P \not\subset P'$ o que nos diz que $P \neq P'$. $\square$

Desigualdade entre dois conjuntos

Exemplo 6 Sejam P o conjunto dos números naturais pares (zero incluso) e $P' = \{n \in \mathbb{N} \mid n - 2 \in P\}$. É verdade que $P = P'$?

Vimos no exemplo 4 que $P' \subset P$. Se demonstrarmos que $P \subset P'$, então teremos que $P = P'$.

Contudo, note que $0 \in P$, mas $0 \notin P'$ (pois $0 - 2 = -2$ não é número natural). Portanto $P \not\subset P'$ o que nos diz que $P \neq P'$. $\square$

Note que $P' \subset P$ mas $P' \neq P$. Neste caso, dizemos que P' está **propriamente** (ou **estritamente**) **contido** em P, e denotamos

Desigualdade entre dois conjuntos

Exemplo 6 Sejam P o conjunto dos números naturais pares (zero incluso) e $P' = \{n \in \mathbb{N} \mid n - 2 \in P\}$. É verdade que $P = P'$?

Vimos no exemplo 4 que $P' \subset P$. Se demonstrarmos que $P \subset P'$, então teremos que $P = P'$.

Contudo, note que $0 \in P$, mas $0 \notin P'$ (pois $0 - 2 = -2$ não é número natural). Portanto $P \not\subset P'$ o que nos diz que $P \neq P'$. $\square$

Note que $P' \subset P$ mas $P' \neq P$. Neste caso, dizemos que P' está **propriamente** (ou **estritamente**) **contido** em P, e denotamos

$$P' \subsetneq P$$

Conjunto Vazio

Existe um conjunto vazio, denotado por $\varnothing$.

Conjunto Vazio

Existe um conjunto vazio, denotado por $\varnothing$.

Sejam x um elemento e A um conjunto. Valem as seguintes propriedades:

- $x \notin \varnothing$
- $\varnothing \subset A$

Conjunto Vazio

Existe um conjunto vazio, denotado por $\varnothing$.

Sejam x um elemento e A um conjunto. Valem as seguintes propriedades:

- $x \notin \varnothing$
- $\varnothing \subset A$

Exemplo 7 Seja X um conjunto tal que $X \subset \varnothing$. O que podemos dizer de X?

Conjunto Vazio

Existe um conjunto vazio, denotado por $\varnothing$.

Sejam x um elemento e A um conjunto. Valem as seguintes propriedades:

- $x \notin \varnothing$
- $\varnothing \subset A$

Exemplo 7 Seja X um conjunto tal que $X \subset \varnothing$. O que podemos dizer de X?

Como sempre é verdade que $\varnothing \subset X$ e, por hipótese, $X \subset \varnothing$,

Conjunto Vazio

Existe um conjunto vazio, denotado por $\varnothing$.

Sejam x um elemento e A um conjunto. Valem as seguintes propriedades:

- $x \notin \varnothing$
- $\varnothing \subset A$

Exemplo 7 Seja X um conjunto tal que $X \subset \varnothing$. O que podemos dizer de X?

Como sempre é verdade que $\varnothing \subset X$ e, por hipótese, $X \subset \varnothing$, consequentemente temos que $X = \varnothing$.$\square$

Conjunto Vazio

Existe um conjunto vazio, denotado por $\varnothing$.

Sejam x um elemento e A um conjunto. Valem as seguintes propriedades:

- $x \notin \varnothing$
- $\varnothing \subset A$

Exemplo 7 Seja X um conjunto tal que $X \subset \varnothing$. O que podemos dizer de X?

Como sempre é verdade que $\varnothing \subset X$ e, por hipótese, $X \subset \varnothing$, consequentemente temos que $X = \varnothing$.$\square$

Exemplo 8 Demonstre que o conjunto vazio é único.

Conjunto Vazio

Existe um conjunto vazio, denotado por $\varnothing$.

Sejam x um elemento e A um conjunto. Valem as seguintes propriedades:

- $x \notin \varnothing$
- $\varnothing \subset A$

Exemplo 7 Seja X um conjunto tal que $X \subset \varnothing$. O que podemos dizer de X?

Como sempre é verdade que $\varnothing \subset X$ e, por hipótese, $X \subset \varnothing$, consequentemente temos que $X = \varnothing$.$\square$

Exemplo 8 Demonstre que o conjunto vazio é único.

Seja X um conjunto vazio, logo $X \subset A$ para qualquer conjunto A e, em particular, $X \subset \varnothing$;

Conjunto Vazio

Existe um conjunto vazio, denotado por $\varnothing$.

Sejam x um elemento e A um conjunto. Valem as seguintes propriedades:

- $x \notin \varnothing$
- $\varnothing \subset A$

Exemplo 7 Seja X um conjunto tal que $X \subset \varnothing$. O que podemos dizer de X?

Como sempre é verdade que $\varnothing \subset X$ e, por hipótese, $X \subset \varnothing$, consequentemente temos que $X = \varnothing$.$\square$

Exemplo 8 Demonstre que o conjunto vazio é único.

Seja X um conjunto vazio, logo $X \subset A$ para qualquer conjunto A e, em particular, $X \subset \varnothing$; como também é verdade que $\varnothing \subset X$, então $X = \varnothing$.

Conjunto Vazio

Existe um conjunto vazio, denotado por $\varnothing$.

Sejam x um elemento e A um conjunto. Valem as seguintes propriedades:

- $x \notin \varnothing$
- $\varnothing \subset A$

Exemplo 7 Seja X um conjunto tal que $X \subset \varnothing$. O que podemos dizer de X?

Como sempre é verdade que $\varnothing \subset X$ e, por hipótese, $X \subset \varnothing$, consequentemente temos que $X = \varnothing$.$\square$

Exemplo 8 Demonstre que o conjunto vazio é único.

Seja X um conjunto vazio, logo $X \subset A$ para qualquer conjunto A e, em particular, $X \subset \varnothing$; como também é verdade que $\varnothing \subset X$, então $X = \varnothing$. Conclusão: **só existe um único conjunto vazio**$\square$

Conjunto Potência

Seja A um conjunto. O conjunto de todos os subconjuntos de A é chamado de **conjunto potência** de A (ou também **conjunto das partes** de A) e é denotado por $\mathcal{P}(A)$.

Conjunto Potência

Seja A um conjunto. O conjunto de todos os subconjuntos de A é chamado de **conjunto potência** de A (ou também **conjunto das partes** de A) e é denotado por $\mathcal{P}(A)$.

Qualquer que seja o conjunto A, sempre é verdade:

- $A \quad \mathcal{P}(A)$

Conjunto Potência

Seja A um conjunto. O conjunto de todos os subconjuntos de A é chamado de **conjunto potência** de A (ou também **conjunto das partes** de A) e é denotado por $\mathcal{P}(A)$.

Qualquer que seja o conjunto A, sempre é verdade:

- $A \in \mathcal{P}(A)$

Conjunto Potência

Seja A um conjunto. O conjunto de todos os subconjuntos de A é chamado de **conjunto potência** de A (ou também **conjunto das partes** de A) e é denotado por $\mathcal{P}(A)$.

Qualquer que seja o conjunto A, sempre é verdade:

- $A \in \mathcal{P}(A)$
- $\varnothing \quad \mathcal{P}(A)$

Conjunto Potência

Seja A um conjunto. O conjunto de todos os subconjuntos de A é chamado de **conjunto potência** de A (ou também **conjunto das partes** de A) e é denotado por $\mathcal{P}(A)$.

Qualquer que seja o conjunto A, sempre é verdade:

- $A \in \mathcal{P}(A)$
- $\varnothing \in \mathcal{P}(A)$

Conjunto Potência

Seja A um conjunto. O conjunto de todos os subconjuntos de A é chamado de **conjunto potência** de A (ou também **conjunto das partes** de A) e é denotado por $\mathcal{P}(A)$.

Qualquer que seja o conjunto A, sempre é verdade:

- $A \in \mathcal{P}(A)$
- $\varnothing \in \mathcal{P}(A)$, e também $\varnothing \subset \mathcal{P}(A)$

Conjunto Potência

Seja A um conjunto. O conjunto de todos os subconjuntos de A é chamado de **conjunto potência** de A (ou também **conjunto das partes** de A) e é denotado por $\mathcal{P}(A)$.

Qualquer que seja o conjunto A, sempre é verdade:

- $A \in \mathcal{P}(A)$
- $\varnothing \in \mathcal{P}(A)$, e também $\varnothing \subset \mathcal{P}(A)$

Exemplo 9 Sejam $A = \{1, 2\}$ e $B = \{x, y, z\}$, então:

- $\mathcal{P}(A) = \{\varnothing, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$
- $\mathcal{P}(B) = \{\varnothing, \{x\}, \{y\}, \{z\}, \{x, y\}, \{x, z\}, \{y, z\}, \{x, y, z\}\}$

Conjunto Potência

Seja A um conjunto. O conjunto de todos os subconjuntos de A é chamado de **conjunto potência** de A (ou também **conjunto das partes** de A) e é denotado por $\mathcal{P}(A)$.

Qualquer que seja o conjunto A, sempre é verdade:

- $A \in \mathcal{P}(A)$
- $\varnothing \in \mathcal{P}(A)$, e também $\varnothing \subset \mathcal{P}(A)$

Exemplo 9 Sejam $A = \{1, 2\}$ e $B = \{x, y, z\}$, então:

- $\mathcal{P}(A) = \{\varnothing, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$
- $\mathcal{P}(B) = \{\varnothing, \{x\}, \{y\}, \{z\}, \{x, y\}, \{x, z\}, \{y, z\}, \{x, y, z\}\}$

Exemplo 10 Seja $X = \{\varnothing\}$. Então $\mathcal{P}(X) =$

Conjunto Potência

Seja A um conjunto. O conjunto de todos os subconjuntos de A é chamado de **conjunto potência** de A (ou também **conjunto das partes** de A) e é denotado por $\mathcal{P}(A)$.

Qualquer que seja o conjunto A, sempre é verdade:

- $A \in \mathcal{P}(A)$
- $\varnothing \in \mathcal{P}(A)$, e também $\varnothing \subset \mathcal{P}(A)$

Exemplo 9 Sejam $A = \{1, 2\}$ e $B = \{x, y, z\}$, então:

- $\mathcal{P}(A) = \{\varnothing, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$
- $\mathcal{P}(B) = \{\varnothing, \{x\}, \{y\}, \{z\}, \{x, y\}, \{x, z\}, \{y, z\}, \{x, y, z\}\}$

Exemplo 10 Seja $X = \{\varnothing\}$. Então $\mathcal{P}(X) = \{\varnothing, \{\varnothing\}\}$.

Conjunto Potência

Seja A um conjunto. O conjunto de todos os subconjuntos de A é chamado de **conjunto potência** de A (ou também **conjunto das partes** de A) e é denotado por $\mathcal{P}(A)$.

Qualquer que seja o conjunto A, sempre é verdade:

- $A \in \mathcal{P}(A)$
- $\varnothing \in \mathcal{P}(A)$, e também $\varnothing \subset \mathcal{P}(A)$

Exemplo 9 Sejam $A = \{1, 2\}$ e $B = \{x, y, z\}$, então:

- $\mathcal{P}(A) = \{\varnothing, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$
- $\mathcal{P}(B) = \{\varnothing, \{x\}, \{y\}, \{z\}, \{x, y\}, \{x, z\}, \{y, z\}, \{x, y, z\}\}$

Exemplo 10 Seja $X = \{\varnothing\}$. Então $\mathcal{P}(X) = \{\varnothing, \{\varnothing\}\}$.

Obs1.: Note que $A \not\subset \mathcal{P}(A)$, mas $X \subset \mathcal{P}(X)$.

Conjunto Potência

Seja A um conjunto. O conjunto de todos os subconjuntos de A é chamado de **conjunto potência** de A (ou também **conjunto das partes** de A) e é denotado por $\mathcal{P}(A)$.

Qualquer que seja o conjunto A, sempre é verdade:

- $A \in \mathcal{P}(A)$
- $\varnothing \in \mathcal{P}(A)$, e também $\varnothing \subset \mathcal{P}(A)$

Exemplo 9 Sejam $A = \{1, 2\}$ e $B = \{x, y, z\}$, então:

- $\mathcal{P}(A) = \{\varnothing, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$
- $\mathcal{P}(B) = \{\varnothing, \{x\}, \{y\}, \{z\}, \{x, y\}, \{x, z\}, \{y, z\}, \{x, y, z\}\}$

Exemplo 10 Seja $X = \{\varnothing\}$. Então $\mathcal{P}(X) = \{\varnothing, \{\varnothing\}\}$.

Obs1.: Note que $A \not\subset \mathcal{P}(A)$, mas $X \subset \mathcal{P}(X)$.
Obs2.: É incorreto escrever $\cancel{1 \in \mathcal{P}(A)}$.

Conjunto Potência

Seja A um conjunto. O conjunto de todos os subconjuntos de A é chamado de **conjunto potência** de A (ou também **conjunto das partes** de A) e é denotado por $\mathcal{P}(A)$.

Qualquer que seja o conjunto A, sempre é verdade:

- $A \in \mathcal{P}(A)$
- $\varnothing \in \mathcal{P}(A)$, e também $\varnothing \subset \mathcal{P}(A)$

Exemplo 9 Sejam $A = \{1, 2\}$ e $B = \{x, y, z\}$, então:

- $\mathcal{P}(A) = \{\varnothing, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$
- $\mathcal{P}(B) = \{\varnothing, \{x\}, \{y\}, \{z\}, \{x, y\}, \{x, z\}, \{y, z\}, \{x, y, z\}\}$

Exemplo 10 Seja $X = \{\varnothing\}$. Então $\mathcal{P}(X) = \{\varnothing, \{\varnothing\}\}$.

Obs1.: Note que $A \not\subset \mathcal{P}(A)$, mas $X \subset \mathcal{P}(X)$.
Obs2.: É incorreto escrever $\cancel{1 \in \mathcal{P}(A)}$. O correto é $\{1\} \in \mathcal{P}(A)$.

Conjunto Potência

Seja A um conjunto. O conjunto de todos os subconjuntos de A é chamado de **conjunto potência** de A (ou também **conjunto das partes** de A) e é denotado por $\mathcal{P}(A)$.

Qualquer que seja o conjunto A, sempre é verdade:

- $A \in \mathcal{P}(A)$
- $\varnothing \in \mathcal{P}(A)$, e também $\varnothing \subset \mathcal{P}(A)$

Exemplo 9 Sejam $A = \{1, 2\}$ e $B = \{x, y, z\}$, então:

- $\mathcal{P}(A) = \{\varnothing, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$
- $\mathcal{P}(B) = \{\varnothing, \{x\}, \{y\}, \{z\}, \{x, y\}, \{x, z\}, \{y, z\}, \{x, y, z\}\}$

Exemplo 10 Seja $X = \{\varnothing\}$. Então $\mathcal{P}(X) = \{\varnothing, \{\varnothing\}\}$.

Obs1.: Note que $A \not\subset \mathcal{P}(A)$, mas $X \subset \mathcal{P}(X)$.
Obs2.: É incorreto escrever $\cancel{1 \in \mathcal{P}(A)}$. O correto é $\{1\} \in \mathcal{P}(A)$.
Obs3.: Se $X \subset A$, então $X \in \mathcal{P}(A)$, e vice-versa.
Ou seja, $X \subset A \Leftrightarrow X \in \mathcal{P}(A)$.

Operações: União, Diferença, Interseção

Dados dois conjuntos A e B:

- o **conjunto união** $A \cup B$ é o conjunto formado pelos elementos que pertencem a A **ou** a B, isto é:

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$$

Operações: União, Diferença, Interseção

Dados dois conjuntos A e B:

- o **conjunto união** $A \cup B$ é o conjunto formado pelos elementos que pertencem a A **ou** a B, isto é:
$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$$
- o **conjunto interseção** $A \cap B$ é o conjunto formado pelos elementos que pertencem a A **e** a B, isto é:
$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\}$$

Operações: União, Diferença, Interseção

Dados dois conjuntos A e B:

- o **conjunto união** $A \cup B$ é o conjunto formado pelos elementos que pertencem a A **ou** a B, isto é:

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$$

- o **conjunto interseção** $A \cap B$ é o conjunto formado pelos elementos que pertencem a A **e** a B, isto é:

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\}$$

- o **conjunto diferença** $A \setminus B$ é o conjunto formado pelos elementos que pertencem a A **mas não** a B, isto é:

$$A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}$$

Operações: Exemplo

Exemplo 11 Sejam $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 3, 5\}$ e $C = \{4, 5, 6\}$.

- $A \cup B =$

Operações: Exemplo

Exemplo 11 Sejam $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 3, 5\}$ e $C = \{4, 5, 6\}$.

- $A \cup B = \{1, 2, 3, 5\}$

Operações: Exemplo

Exemplo 11 Sejam $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 3, 5\}$ e $C = \{4, 5, 6\}$.

- $A \cup B = \{1, 2, 3, 5\}$
- $A \cup B \cup C =$

Operações: Exemplo

Exemplo 11 Sejam $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 3, 5\}$ e $C = \{4, 5, 6\}$.

- $A \cup B = \{1, 2, 3, 5\}$
- $A \cup B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Operações: Exemplo

Exemplo 11 Sejam $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 3, 5\}$ e $C = \{4, 5, 6\}$.

- $A \cup B = \{1, 2, 3, 5\}$
- $A \cup B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- $A \cap B =$

Operações: Exemplo

Exemplo 11 Sejam $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 3, 5\}$ e $C = \{4, 5, 6\}$.

- $A \cup B = \{1, 2, 3, 5\}$
- $A \cup B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- $A \cap B = \{1, 3\}$

Operações: Exemplo

Exemplo 11 Sejam $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 3, 5\}$ e $C = \{4, 5, 6\}$.

- $A \cup B = \{1, 2, 3, 5\}$
- $A \cup B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- $A \cap B = \{1, 3\}$
- $A \cap C =$

Operações: Exemplo

Exemplo 11 Sejam $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 3, 5\}$ e $C = \{4, 5, 6\}$.

- $A \cup B = \{1, 2, 3, 5\}$
- $A \cup B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- $A \cap B = \{1, 3\}$
- $A \cap C = \varnothing$

Operações: Exemplo

Exemplo 11 Sejam $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 3, 5\}$ e $C = \{4, 5, 6\}$.

- $A \cup B = \{1, 2, 3, 5\}$
- $A \cup B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- $A \cap B = \{1, 3\}$
- $A \cap C = \varnothing$
- $A \setminus B =$

Operações: Exemplo

Exemplo 11 Sejam $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 3, 5\}$ e $C = \{4, 5, 6\}$.

- $A \cup B = \{1, 2, 3, 5\}$
- $A \cup B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- $A \cap B = \{1, 3\}$
- $A \cap C = \varnothing$
- $A \setminus B = \{2\}$

Operações: Exemplo

Exemplo 11 Sejam $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 3, 5\}$ e $C = \{4, 5, 6\}$.

- $A \cup B = \{1, 2, 3, 5\}$
- $A \cup B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- $A \cap B = \{1, 3\}$
- $A \cap C = \varnothing$
- $A \setminus B = \{2\}$
- $(A \cup C) \setminus B =$

Exemplo 11 Sejam $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 3, 5\}$ e $C = \{4, 5, 6\}$.

- $A \cup B = \{1, 2, 3, 5\}$
- $A \cup B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- $A \cap B = \{1, 3\}$
- $A \cap C = \varnothing$
- $A \setminus B = \{2\}$
- $(A \cup C) \setminus B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \setminus \{1, 3, 5\} =$

Operações: Exemplo

Exemplo 11 Sejam $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 3, 5\}$ e $C = \{4, 5, 6\}$.

- $A \cup B = \{1, 2, 3, 5\}$
- $A \cup B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- $A \cap B = \{1, 3\}$
- $A \cap C = \varnothing$
- $A \setminus B = \{2\}$
- $(A \cup C) \setminus B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \setminus \{1, 3, 5\} = \{2, 4, 6\}$

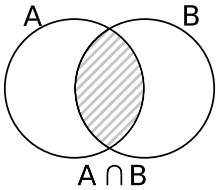
Operações: Exemplo

Exemplo 11 Sejam $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 3, 5\}$ e $C = \{4, 5, 6\}$.

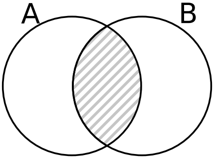
- $A \cup B = \{1, 2, 3, 5\}$
- $A \cup B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- $A \cap B = \{1, 3\}$
- $A \cap C = \varnothing$
- $A \setminus B = \{2\}$
- $(A \cup C) \setminus B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \setminus \{1, 3, 5\} = \{2, 4, 6\}$

Obs.: Dizemos que dois conjuntos A e C são **disjuntos** se $A \cap C = \varnothing$.

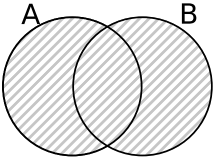
Operações: Diagramas de Venn-Euler



Operações: Diagramas de Venn-Euler

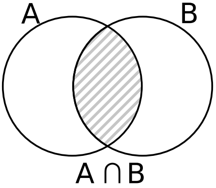


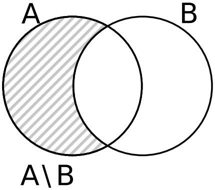
$A \cap B$

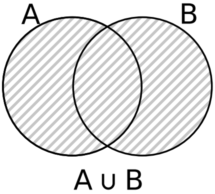


$A \cup B$

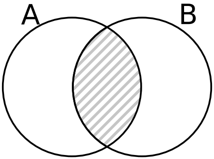
Operações: Diagramas de Venn-Euler



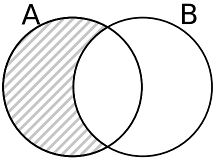




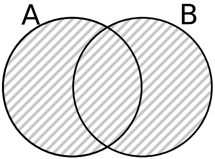
Operações: Diagramas de Venn-Euler



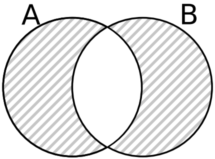
$A \cap B$



$A \setminus B$



$A \cup B$



$$(A \cup B) \setminus (A \cap B) =$$
$$= (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$$

Operações: Propriedades

Sejam A, B, C conjuntos:

1. $A \cup \varnothing = A$
2. $A \cup A = A$
3. $A \cup B = B \cup A$ (comutatividade da união)
4. $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ (associatividade da união)

Operações: Propriedades

Sejam A, B, C conjuntos:

1. $A \cup \varnothing = A$
2. $A \cup A = A$
3. $A \cup B = B \cup A$ (comutatividade da união)
4. $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ (associatividade da união)
5. $A \cap \varnothing = \varnothing$
6. $A \cap A = A$
7. $A \cap B = B \cap A$ (comutatividade da interseção)
8. $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ (associatividade da interseção)

Operações: Propriedades

Sejam A, B, C conjuntos:

1. $A \cup \varnothing = A$
2. $A \cup A = A$
3. $A \cup B = B \cup A$ (comutatividade da união)
4. $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ (associatividade da união)
5. $A \cap \varnothing = \varnothing$
6. $A \cap A = A$
7. $A \cap B = B \cap A$ (comutatividade da interseção)
8. $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ (associatividade da interseção)
9. $C \setminus (A \cup B) = (C \setminus A) \cap (C \setminus B)$
10. $C \setminus (A \cap B) = (C \setminus A) \cup (C \setminus B)$

Cuidado com a distributividade da diferença! União se transforma em interseção, e vice-versa!

Mais propriedades no livro de Caputi & Miranda

Para Casa

Ler o livro de Caputi & Miranda (versão 12), páginas 31 a 49.

Fazer os exercícios desta parte.

Fazer a lista 2 (no site).