

Bases Matemáticas

Aula 10 – Inequações

Rodrigo Hausen

30 de julho de 2014

Definição 1

Uma **inequação** na incógnita x é uma proposição aberta sobre duas expressões envolvendo a variável x , separadas por um dos símbolos de desigualdade:

$$f(x) \leq g(x) \quad f(x) < g(x) \quad f(x) \geq g(x) \quad f(x) > g(x)$$

Definição 1

Uma **inequação** na incógnita x é uma proposição aberta sobre duas expressões envolvendo a variável x , separadas por um dos símbolos de desigualdade:

$$f(x) \leq g(x) \quad f(x) < g(x) \quad f(x) \geq g(x) \quad f(x) > g(x)$$

O **domínio** de uma inequação é o conjunto de valores para os quais as expressões $f(x)$ e $g(x)$ estão definidas.

Definição 1

Uma **inequação** na incógnita x é uma proposição aberta sobre duas expressões envolvendo a variável x , separadas por um dos símbolos de desigualdade:

$$f(x) \leq g(x) \quad f(x) < g(x) \quad f(x) \geq g(x) \quad f(x) > g(x)$$

O **domínio** de uma inequação é o conjunto de valores para os quais as expressões $f(x)$ e $g(x)$ estão definidas.

Exemplos:

- $ax + b \leq 0$, onde a, b são constantes reais, é chamada **inequação linear** e seu domínio é \mathbb{R}
- $ax^2 + bx + c > 0$, onde a, b, c são constantes reais, é chamada **inequação quadrática** e seu domínio é \mathbb{R}
- $\frac{1}{x} \geq 2$, cujo domínio é $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

Definição 2

O conjunto solução de uma inequação $f(x) \leq g(x)$, cujo domínio é D , é o conjunto

$$\text{Sol}_{f(x) \leq g(x)} = \{x \in D \mid "f(x) \leq g(x)" \text{ é verdadeira} \} .$$

Resolver uma inequação é encontrar o seu conjunto solução.

Exemplo: Resolva a inequação $4x + 8 < 0$.

Definição 2

O conjunto solução de uma inequação $f(x) \leq g(x)$, cujo domínio é D , é o conjunto

$$\text{Sol}_{f(x) \leq g(x)} = \{x \in D \mid "f(x) \leq g(x)" \text{ é verdadeira} \} .$$

Resolver uma inequação é encontrar o seu conjunto solução.

Exemplo: Resolva a inequação $4x + 8 < 0$.

Dizemos que -3 é uma solução para (ou que -3 satisfaz) a inequação $4x + 8 < 0$, pois

$$4 \cdot (-3) + 8 < 0$$

Definição 2

O conjunto solução de uma inequação $f(x) \leq g(x)$, cujo domínio é D , é o conjunto

$$\text{Sol}_{f(x) \leq g(x)} = \{x \in D \mid "f(x) \leq g(x)" \text{ é verdadeira} \} .$$

Resolver uma inequação é encontrar o seu conjunto solução.

Exemplo: Resolva a inequação $4x + 8 < 0$.

Dizemos que -3 é uma solução para (ou que -3 satisfaz) a inequação $4x + 8 < 0$, pois

$$4 \cdot (-3) + 8 < 0$$

$$-12 + 8 < 0$$

Definição 2

O conjunto solução de uma inequação $f(x) \leq g(x)$, cujo domínio é D , é o conjunto

$$\text{Sol}_{f(x) \leq g(x)} = \{x \in D \mid "f(x) \leq g(x)" \text{ é verdadeira} \} .$$

Resolver uma inequação é encontrar o seu conjunto solução.

Exemplo: Resolva a inequação $4x + 8 < 0$.

Dizemos que -3 é uma solução para (ou que -3 satisfaz) a inequação $4x + 8 < 0$, pois

$$4 \cdot (-3) + 8 < 0$$

$$-12 + 8 < 0$$

$$-4 < 0 \text{ é verdadeira}$$

Definição 2

O conjunto solução de uma inequação $f(x) \leq g(x)$, cujo domínio é D , é o conjunto

$$\text{Sol}_{f(x) \leq g(x)} = \{x \in D \mid "f(x) \leq g(x)" \text{ é verdadeira} \} .$$

Resolver uma inequação é encontrar o seu conjunto solução.

Exemplo: Resolva a inequação $4x + 8 < 0$.

Dizemos que -3 é uma solução para (ou que -3 satisfaz) a inequação $4x + 8 < 0$, pois

$$4 \cdot (-3) + 8 < 0$$

$$-12 + 8 < 0$$

$$-4 < 0 \text{ é verdadeira}$$

Encontramos uma solução. Como encontrar todas as soluções?

Definição 3 (inequações equivalentes)

Dizemos que a inequação $p(x) \leq q(x)$ é equivalente à inequação $f(x) \leq g(x)$ se ambas possuem o mesmo domínio e conjunto solução.

Definição 3 (inequações equivalentes)

Dizemos que a inequação $p(x) \leq q(x)$ é equivalente à inequação $f(x) \leq g(x)$ se ambas possuem o mesmo domínio e conjunto solução.

Dadas uma inequação $f(x) \leq g(x)$ em uma variável real x , e $c \in \mathbb{R}$, as seguintes inequações são equivalentes à original:

- $f(x) + c \leq g(x) + c$

Definição 3 (inequações equivalentes)

Dizemos que a inequação $p(x) \leq q(x)$ é equivalente à inequação $f(x) \leq g(x)$ se ambas possuem o mesmo domínio e conjunto solução.

Dadas uma inequação $f(x) \leq g(x)$ em uma variável real x , e $c \in \mathbb{R}$, as seguintes inequações são equivalentes à original:

- $f(x) + c \leq g(x) + c$
- $c \cdot f(x) \leq c \cdot g(x)$, se $c > 0$

Definição 3 (inequações equivalentes)

Dizemos que a inequação $p(x) \leq q(x)$ é equivalente à inequação $f(x) \leq g(x)$ se ambas possuem o mesmo domínio e conjunto solução.

Dadas uma inequação $f(x) \leq g(x)$ em uma variável real x , e $c \in \mathbb{R}$, as seguintes inequações são equivalentes à original:

- $f(x) + c \leq g(x) + c$
- $c \cdot f(x) \leq c \cdot g(x)$, se $c > 0$
- $c \cdot f(x) \geq c \cdot g(x)$, se $c < 0$

(importante: note a troca do lado da desigualdade!)

Definição 3 (inequações equivalentes)

Dizemos que a inequação $p(x) \leq q(x)$ é equivalente à inequação $f(x) \leq g(x)$ se ambas possuem o mesmo domínio e conjunto solução.

Dadas uma inequação $f(x) \leq g(x)$ em uma variável real x , e $c \in \mathbb{R}$, as seguintes inequações são equivalentes à original:

- $f(x) + c \leq g(x) + c$
- $c \cdot f(x) \leq c \cdot g(x)$, se $c > 0$
- $c \cdot f(x) \geq c \cdot g(x)$, se $c < 0$

(importante: note a troca do lado da desigualdade!)

- $(f(x))^2 \leq (g(x))^2$, se $f(x) \geq 0$ e $g(x) \geq 0$ para todo x no domínio

Definição 3 (inequações equivalentes)

Dizemos que a inequação $p(x) \leq q(x)$ é equivalente à inequação $f(x) \leq g(x)$ se ambas possuem o mesmo domínio e conjunto solução.

Dadas uma inequação $f(x) \leq g(x)$ em uma variável real x , e $c \in \mathbb{R}$, as seguintes inequações são equivalentes à original:

- $f(x) + c \leq g(x) + c$
- $c \cdot f(x) \leq c \cdot g(x)$, se $c > 0$
- $c \cdot f(x) \geq c \cdot g(x)$, se $c < 0$

(importante: note a troca do lado da desigualdade!)

- $(f(x))^2 \leq (g(x))^2$, se $f(x) \geq 0$ e $g(x) \geq 0$ para todo x no domínio

O conjunto solução não se altera em nenhum destes casos.

Inequações lineares

Uma **inequação linear** na variável x tem a forma

$$ax + b \leq 0$$

onde $a, b \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$.

Inequações lineares

Uma **inequação linear** na variável x tem a forma

$$ax + b \leq 0$$

onde $a, b \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$.

Para resolver esse tipo de inequação, nós a reduzimos a inequações equivalentes mais simples, da seguinte forma:

Inequações lineares

Uma **inequação linear** na variável x tem a forma

$$ax + b \leq 0$$

onde $a, b \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$.

Para resolver esse tipo de inequação, nós a reduzimos a inequações equivalentes mais simples, da seguinte forma:

$$ax + b \leq 0$$

Uma **inequação linear** na variável x tem a forma

$$ax + b \leq 0$$

onde $a, b \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$.

Para resolver esse tipo de inequação, nós a reduzimos a inequações equivalentes mais simples, da seguinte forma:

$$ax + b \leq 0$$

$$ax + b + (-b) \leq 0 + (-b)$$

Inequações lineares

Uma **inequação linear** na variável x tem a forma

$$ax + b \leq 0$$

onde $a, b \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$.

Para resolver esse tipo de inequação, nós a reduzimos a inequações equivalentes mais simples, da seguinte forma:

$$ax + b \leq 0$$

$$ax + b + (-b) \leq 0 + (-b)$$

$$ax \leq -b$$

Inequações lineares

Uma **inequação linear** na variável x tem a forma

$$ax + b \leq 0$$

onde $a, b \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$.

Para resolver esse tipo de inequação, nós a reduzimos a inequações equivalentes mais simples, da seguinte forma:

$$ax + b \leq 0$$

$$ax + b + (-b) \leq 0 + (-b)$$

$$ax \leq -b$$

Se $a > 0$, multiplicando por a^{-1} dos dois lados temos:

$$(a^{-1})ax \leq (a^{-1})(-b)$$

Inequações lineares

Uma **inequação linear** na variável x tem a forma

$$ax + b \leq 0$$

onde $a, b \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$.

Para resolver esse tipo de inequação, nós a reduzimos a inequações equivalentes mais simples, da seguinte forma:

$$ax + b \leq 0$$

$$ax + b + (-b) \leq 0 + (-b)$$

$$ax \leq -b$$

Se $a > 0$, multiplicando por a^{-1} dos dois lados temos:

$$(a^{-1})ax \leq (a^{-1})(-b)$$

$$x \leq -\frac{b}{a}$$

Inequações lineares

Uma **inequação linear** na variável x tem a forma

$$ax + b \leq 0$$

onde $a, b \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$.

Para resolver esse tipo de inequação, nós a reduzimos a inequações equivalentes mais simples, da seguinte forma:

$$ax + b \leq 0$$

$$ax + b + (-b) \leq 0 + (-b)$$

$$ax \leq -b$$

Se $a > 0$, multiplicando por a^{-1} dos dois lados temos:

$$(a^{-1})ax \leq (a^{-1})(-b)$$

$$x \leq -\frac{b}{a}$$

Por outro lado, se $a < 0$, $a^{-1} < 0$, logo:

$$(a^{-1})ax \geq (a^{-1})(-b)$$

Inequações lineares

Uma **inequação linear** na variável x tem a forma

$$ax + b \leq 0$$

onde $a, b \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$.

Para resolver esse tipo de inequação, nós a reduzimos a inequações equivalentes mais simples, da seguinte forma:

$$ax + b \leq 0$$

$$ax + b + (-b) \leq 0 + (-b)$$

$$ax \leq -b$$

Se $a > 0$, multiplicando por a^{-1} dos dois lados temos:

$$(a^{-1})ax \leq (a^{-1})(-b)$$

$$x \leq -\frac{b}{a}$$

Por outro lado, se $a < 0$, $a^{-1} < 0$, logo:

$$(a^{-1})ax \geq (a^{-1})(-b)$$

$$x \geq -\frac{b}{a}$$

Exemplo 1

Resolva $\frac{1}{5}x + 125 \leq 335$.

Exemplo 1

Resolva $\frac{1}{5}x + 125 \leq 335$.

$$\frac{1}{5}x + 125 \leq 335$$

Exemplo 1

Resolva $\frac{1}{5}x + 125 \leq 335$.

$$\frac{1}{5}x + 125 \leq 335 \qquad (-125)$$

Exemplo 1

Resolva $\frac{1}{5}x + 125 \leq 335$.

$$\frac{1}{5}x + 125 \leq 335 \quad (-125)$$

$$\frac{1}{5}x + 125 - 125 \leq 335 - 125$$

Exemplo 1

Resolva $\frac{1}{5}x + 125 \leq 335$.

$$\frac{1}{5}x + 125 \leq 335 \quad (-125)$$

$$\frac{1}{5}x + 125 - 125 \leq 335 - 125$$

$$\frac{1}{5}x \leq 210$$

Exemplo 1

Resolva $\frac{1}{5}x + 125 \leq 335$.

$$\frac{1}{5}x + 125 \leq 335 \quad (-125)$$

$$\frac{1}{5}x + 125 - 125 \leq 335 - 125$$

$$\frac{1}{5}x \leq 210 \quad (\times 5)$$

Exemplo 1

Resolva $\frac{1}{5}x + 125 \leq 335$.

$$\frac{1}{5}x + 125 \leq 335 \quad (-125)$$

$$\frac{1}{5}x + 125 - 125 \leq 335 - 125$$

$$\frac{1}{5}x \leq 210 \quad (\times 5)$$

$$5 \cdot \frac{1}{5}x \leq 5 \cdot 210$$

Exemplo 1

Resolva $\frac{1}{5}x + 125 \leq 335$.

$$\frac{1}{5}x + 125 \leq 335 \quad (-125)$$

$$\frac{1}{5}x + 125 - 125 \leq 335 - 125$$

$$\frac{1}{5}x \leq 210 \quad (\times 5)$$

$$5 \cdot \frac{1}{5}x \leq 5 \cdot 210$$

$$x \leq 1050$$

Exemplo 1

Resolva $\frac{1}{5}x + 125 \leq 335$.

$$\frac{1}{5}x + 125 \leq 335 \quad (-125)$$

$$\frac{1}{5}x + 125 - 125 \leq 335 - 125$$

$$\frac{1}{5}x \leq 210 \quad (\times 5)$$

$$5 \cdot \frac{1}{5}x \leq 5 \cdot 210$$

$$x \leq 1050$$

Resposta: $Sol_{\frac{1}{5}x+125 \leq 335} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 1050\}$

Exemplo 1

Resolva $\frac{1}{5}x + 125 \leq 335$.

$$\frac{1}{5}x + 125 \leq 335 \quad (-125)$$

$$\frac{1}{5}x + 125 - 125 \leq 335 - 125$$

$$\frac{1}{5}x \leq 210 \quad (\times 5)$$

$$5 \cdot \frac{1}{5}x \leq 5 \cdot 210$$

$$x \leq 1050$$

Resposta: $Sol_{\frac{1}{5}x+125 \leq 335} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 1050\} = (-\infty; 1050]$

Uma **inequação polinomial** na variável x tem a forma

$$c_n x^n + c_{n-1} x^{n-1} + \dots + c_1 x + c_0 \leq 0$$

onde $c_0, c_1, \dots, c_n \in \mathbb{R}$ e $c_n \neq 0$.

Uma **inequação polinomial** na variável x tem a forma

$$c_n x^n + c_{n-1} x^{n-1} + \dots + c_1 x + c_0 \leq 0$$

onde $c_0, c_1, \dots, c_n \in \mathbb{R}$ e $c_n \neq 0$.

Primeiro passo para a solução: encontrar as raízes do polinômio:

$$x_1 < x_2 < \dots < x_k$$

Uma **inequação polinomial** na variável x tem a forma

$$c_n x^n + c_{n-1} x^{n-1} + \dots + c_1 x + c_0 \leq 0$$

onde $c_0, c_1, \dots, c_n \in \mathbb{R}$ e $c_n \neq 0$.

Primeiro passo para a solução: encontrar as raízes do polinômio:

$$x_1 < x_2 < \dots < x_k$$

Segundo passo: observar o sinal do polinômio nos intervalos

$$(-\infty; x_1), (x_1; x_2), \dots, (x_{k-1}; x_k), (x_k; +\infty)$$

Exemplo 2

Resolva a inequação quadrática $x^2 - 7x + 10 < 0$.

Exemplo 2

Resolva a inequação quadrática $x^2 - 7x + 10 < 0$.

Primeiro passo: raízes do polinômio, ou seja, valores de x tais que $x^2 - 7x + 10 = 0$.

Exemplo 2

Resolva a inequação quadrática $x^2 - 7x + 10 < 0$.

Primeiro passo: raízes do polinômio, ou seja, valores de x tais que $x^2 - 7x + 10 = 0$.

$$x_1 = \frac{7 - \sqrt{7^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10}}{2} = 2 \qquad x_2 = \frac{7 + \sqrt{7^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10}}{2} = 5$$

Segundo passo: analisar o sinal de $x^2 - 7x + 10$ nos intervalos $(-\infty; 2)$, $(2; 5)$, $(5; +\infty)$

Exemplo 2

Resolva a inequação quadrática $x^2 - 7x + 10 < 0$.

Primeiro passo: raízes do polinômio, ou seja, valores de x tais que $x^2 - 7x + 10 = 0$.

$$x_1 = \frac{7 - \sqrt{7^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10}}{2} = 2 \qquad x_2 = \frac{7 + \sqrt{7^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10}}{2} = 5$$

Segundo passo: analisar o sinal de $x^2 - 7x + 10$ nos intervalos $(-\infty; 2)$, $(2; 5)$, $(5; +\infty)$

$$\overline{(-\infty; 2)}$$

Exemplo 2

Resolva a inequação quadrática $x^2 - 7x + 10 < 0$.

Primeiro passo: raízes do polinômio, ou seja, valores de x tais que $x^2 - 7x + 10 = 0$.

$$x_1 = \frac{7 - \sqrt{7^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10}}{2} = 2$$

$$x_2 = \frac{7 + \sqrt{7^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10}}{2} = 5$$

Segundo passo: analisar o sinal de $x^2 - 7x + 10$ nos intervalos $(-\infty; 2)$, $(2; 5)$, $(5; +\infty)$

$$\overline{(-\infty; 2) \quad | \quad +}$$

Exemplo 2

Resolva a inequação quadrática $x^2 - 7x + 10 < 0$.

Primeiro passo: raízes do polinômio, ou seja, valores de x tais que $x^2 - 7x + 10 = 0$.

$$x_1 = \frac{7 - \sqrt{7^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10}}{2} = 2$$

$$x_2 = \frac{7 + \sqrt{7^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10}}{2} = 5$$

Segundo passo: analisar o sinal de $x^2 - 7x + 10$ nos intervalos $(-\infty; 2)$, $(2; 5)$, $(5; +\infty)$

$(-\infty; 2)$	$+ > 0$
2	$= 0$

Exemplo 2

Resolva a inequação quadrática $x^2 - 7x + 10 < 0$.

Primeiro passo: raízes do polinômio, ou seja, valores de x tais que $x^2 - 7x + 10 = 0$.

$$x_1 = \frac{7 - \sqrt{7^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10}}{2} = 2 \qquad x_2 = \frac{7 + \sqrt{7^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10}}{2} = 5$$

Segundo passo: analisar o sinal de $x^2 - 7x + 10$ nos intervalos $(-\infty; 2)$, $(2; 5)$, $(5; +\infty)$

$(-\infty; 2)$	$+ > 0$
2	$= 0$
$(2; 5)$	$- < 0$

Exemplo 2

Resolva a inequação quadrática $x^2 - 7x + 10 < 0$.

Primeiro passo: raízes do polinômio, ou seja, valores de x tais que $x^2 - 7x + 10 = 0$.

$$x_1 = \frac{7 - \sqrt{7^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10}}{2} = 2 \qquad x_2 = \frac{7 + \sqrt{7^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10}}{2} = 5$$

Segundo passo: analisar o sinal de $x^2 - 7x + 10$ nos intervalos $(-\infty; 2)$, $(2; 5)$, $(5; +\infty)$

$(-\infty; 2)$	$+ > 0$
2	$= 0$
$(2; 5)$	$- < 0$
5	$= 0$

Exemplo 2

Resolva a inequação quadrática $x^2 - 7x + 10 < 0$.

Primeiro passo: raízes do polinômio, ou seja, valores de x tais que $x^2 - 7x + 10 = 0$.

$$x_1 = \frac{7 - \sqrt{7^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10}}{2} = 2 \qquad x_2 = \frac{7 + \sqrt{7^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10}}{2} = 5$$

Segundo passo: analisar o sinal de $x^2 - 7x + 10$ nos intervalos $(-\infty; 2)$, $(2; 5)$, $(5; +\infty)$

$(-\infty; 2)$	$+ > 0$
2	$= 0$
$(2; 5)$	$- < 0$
5	$= 0$
$(5; +\infty)$	$+ > 0$

Exemplo 2

Resolva a inequação quadrática $x^2 - 7x + 10 < 0$.

Primeiro passo: raízes do polinômio, ou seja, valores de x tais que $x^2 - 7x + 10 = 0$.

$$x_1 = \frac{7 - \sqrt{7^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10}}{2} = 2 \qquad x_2 = \frac{7 + \sqrt{7^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10}}{2} = 5$$

Segundo passo: analisar o sinal de $x^2 - 7x + 10$ nos intervalos $(-\infty; 2)$, $(2; 5)$, $(5; +\infty)$

$(-\infty; 2)$	$+ > 0$
2	$= 0$
$(2; 5)$	$- < 0$
5	$= 0$
$(5; +\infty)$	$+ > 0$

Resposta: $Sol_{x^2-7x+10<0} = (2; 5)$

Exemplo 3

Resolva $(x - 1)(x - 5)^3(x - 9)(x^2 + 9) \geq 0$.

Exemplo 3

Resolva $(x - 1)(x - 5)^3(x - 9)(x^2 + 9) \geq 0$.

Primeiro passo: resolver $(x - 1)(x - 5)^3(x - 9)(x^2 + 9) = 0$.

Exemplo 3

Resolva $(x - 1)(x - 5)^3(x - 9)(x^2 + 9) \geq 0$.

Primeiro passo: resolver $(x - 1)(x - 5)^3(x - 9)(x^2 + 9) = 0$.

Soluções da equação: $x = 1, x = 5, x = 9$ e as soluções de $x^2 + 9 = 0$

Exemplo 3

Resolva $(x - 1)(x - 5)^3(x - 9)(x^2 + 9) \geq 0$.

Primeiro passo: resolver $(x - 1)(x - 5)^3(x - 9)(x^2 + 9) = 0$.

Soluções da equação: $x = 1, x = 5, x = 9$ e as soluções de $x^2 + 9 = 0$,
que são $x = \frac{0 \pm \sqrt{-4 \cdot 9}}{2}$;

Exemplo 3

Resolva $(x - 1)(x - 5)^3(x - 9)(x^2 + 9) \geq 0$.

Primeiro passo: resolver $(x - 1)(x - 5)^3(x - 9)(x^2 + 9) = 0$.

Soluções da equação: $x = 1, x = 5, x = 9$ e as soluções de $x^2 + 9 = 0$, que são $x = \frac{0 \pm \sqrt{-4 \cdot 9}}{2}$; como não existe raiz quadrada real de número negativo, então $x^2 + 9 = 0$ não tem solução real.

Exemplo 3

Resolva $(x - 1)(x - 5)^3(x - 9)(x^2 + 9) \geq 0$.

Primeiro passo: resolver $(x - 1)(x - 5)^3(x - 9)(x^2 + 9) = 0$.

Soluções da equação: $x = 1, x = 5, x = 9$ e as soluções de $x^2 + 9 = 0$, que são $x = \frac{0 \pm \sqrt{-4 \cdot 9}}{2}$; como não existe raiz quadrada real de número negativo, então $x^2 + 9 = 0$ não tem solução real.

Segundo passo: observar o sinal de $(x - 1)(x - 5)^3(x - 9)(x^2 + 9)$ nos intervalos $(-\infty; 1), (1; 5), (5; 9)$ e $(9; +\infty)$.

continua...

... continuação

$$(x - 1) (x - 5)^3 (x - 9) (x^2 + 9) (x - 1)(x - 5)^3(x - 9)(x^2 + 9) \geq 0$$

Inequações polinomiais: exemplos

... continuação

$$(x-1)(x-5)^3(x-9)(x^2+9)(x-1)(x-5)^3(x-9)(x^2+9) \geq 0$$

$(-\infty; 1)$

Inequações polinomiais: exemplos

... continuação

$$(x-1)(x-5)^3(x-9)(x^2+9) \geq 0$$

$(-\infty; 1)$ -

Inequações polinomiais: exemplos

... continuação

$$\begin{array}{ccccccc} (x-1) & (x-5)^3 & (x-9) & (x^2+9) & (x-1)(x-5)^3(x-9)(x^2+9) & \geq & 0 \\ (-\infty; 1) & - & - & & & & \end{array}$$

Inequações polinomiais: exemplos

... continuação

$$\begin{array}{ccccccc} (x-1) & (x-5)^3 & (x-9) & (x^2+9) & (x-1)(x-5)^3(x-9)(x^2+9) & \geq & 0 \\ (-\infty; 1) & - & - & - & & & \end{array}$$

Inequações polinomiais: exemplos

... continuação

$$\begin{array}{cccccc} (x-1) & (x-5)^3 & (x-9) & (x^2+9) & (x-1)(x-5)^3(x-9)(x^2+9) & \geq 0 \\ (-\infty; 1) & - & - & - & + & \end{array}$$

Inequações polinomiais: exemplos

... continuação

$$\begin{array}{cccccc} (x-1) & (x-5)^3 & (x-9) & (x^2+9) & (x-1)(x-5)^3(x-9)(x^2+9) & \geq 0 \\ (-\infty; 1) & - & - & + & - & \end{array}$$

... continuação

$$\begin{array}{cccccc} (x-1) & (x-5)^3 & (x-9) & (x^2+9) & (x-1)(x-5)^3(x-9)(x^2+9) & \geq 0 \\ (-\infty; 1) & - & - & + & - & \geq 0 \quad \mathbf{falso} \end{array}$$

Inequações polinomiais: exemplos

... continuação

$$(x-1)(x-5)^3(x-9)(x^2+9)(x-1)(x-5)^3(x-9)(x^2+9) \geq 0$$

$$(-\infty; 1) \quad - \quad - \quad - \quad + \quad - \geq 0 \quad \mathbf{falso}$$

1

Inequações polinomiais: exemplos

... continuação

$$(x-1) (x-5)^3 (x-9) (x^2+9) (x-1)(x-5)^3(x-9)(x^2+9) \geq 0$$

$$(-\infty; 1) \quad - \quad - \quad - \quad + \quad - \geq 0 \quad \mathbf{falso}$$

$$1 \quad 0$$

Inequações polinomiais: exemplos

... continuação

	$(x-1)$	$(x-5)^3$	$(x-9)$	(x^2+9)	$(x-1)(x-5)^3(x-9)(x^2+9) \geq 0$
$(-\infty; 1)$	-	-	-	+	$- \geq 0$ falso
1	0	-	-	+	

Inequações polinomiais: exemplos

... continuação

	$(x-1)$	$(x-5)^3$	$(x-9)$	(x^2+9)	$(x-1)(x-5)^3(x-9)(x^2+9) \geq 0$	
$(-\infty; 1)$	-	-	-	+	≥ 0	falso
1	0	-	-	+	0	

Inequações polinomiais: exemplos

... continuação

	$(x-1)$	$(x-5)^3$	$(x-9)$	(x^2+9)	$(x-1)(x-5)^3(x-9)(x^2+9) \geq 0$	
$(-\infty; 1)$	-	-	-	+	$- \geq 0$	falso
1	0	-	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro

Inequações polinomiais: exemplos

... continuação

	$(x-1)$	$(x-5)^3$	$(x-9)$	(x^2+9)	$(x-1)(x-5)^3(x-9)(x^2+9) \geq 0$	
$(-\infty; 1)$	-	-	-	+	$- \geq 0$	falso
1	0	-	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(1; 5)$						

Inequações polinomiais: exemplos

... continuação

	$(x-1)$	$(x-5)^3$	$(x-9)$	(x^2+9)	$(x-1)(x-5)^3(x-9)(x^2+9) \geq 0$	
$(-\infty; 1)$	-	-	-	+	$- \geq 0$	falso
1	0	-	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(1; 5)$	+					

Inequações polinomiais: exemplos

... continuação

	$(x-1)$	$(x-5)^3$	$(x-9)$	(x^2+9)	$(x-1)(x-5)^3(x-9)(x^2+9) \geq 0$	
$(-\infty; 1)$	-	-	-	+	$- \geq 0$	falso
1	0	-	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(1; 5)$	+	-				

Inequações polinomiais: exemplos

... continuação

	$(x-1)$	$(x-5)^3$	$(x-9)$	(x^2+9)	$(x-1)(x-5)^3(x-9)(x^2+9) \geq 0$	
$(-\infty; 1)$	-	-	-	+	$- \geq 0$	falso
1	0	-	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(1; 5)$	+	-	-			

Inequações polinomiais: exemplos

... continuação

	$(x-1)$	$(x-5)^3$	$(x-9)$	(x^2+9)	$(x-1)(x-5)^3(x-9)(x^2+9) \geq 0$	
$(-\infty; 1)$	-	-	-	+	$- \geq 0$	falso
1	0	-	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(1; 5)$	+	-	-	+		

Inequações polinomiais: exemplos

... continuação

	$(x-1)$	$(x-5)^3$	$(x-9)$	(x^2+9)	$(x-1)(x-5)^3(x-9)(x^2+9) \geq 0$	
$(-\infty; 1)$	-	-	-	+	$- \geq 0$	falso
1	0	-	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(1; 5)$	+	-	-	+	+	

Inequações polinomiais: exemplos

... continuação

	$(x-1)$	$(x-5)^3$	$(x-9)$	(x^2+9)	$(x-1)(x-5)^3(x-9)(x^2+9) \geq 0$	
$(-\infty; 1)$	-	-	-	+	$- \geq 0$	falso
1	0	-	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(1; 5)$	+	-	-	+	$+ \geq 0$	verdadeiro

Inequações polinomiais: exemplos

... continuação

	$(x-1)$	$(x-5)^3$	$(x-9)$	(x^2+9)	$(x-1)(x-5)^3(x-9)(x^2+9) \geq 0$	
$(-\infty; 1)$	-	-	-	+	$- \geq 0$	falso
1	0	-	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(1; 5)$	+	-	-	+	$+ \geq 0$	verdadeiro
5						

Inequações polinomiais: exemplos

... continuação

	$(x-1)$	$(x-5)^3$	$(x-9)$	(x^2+9)	$(x-1)(x-5)^3(x-9)(x^2+9) \geq 0$	
$(-\infty; 1)$	-	-	-	+	$- \geq 0$	falso
1	0	-	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(1; 5)$	+	-	-	+	$+ \geq 0$	verdadeiro
5	+					

Inequações polinomiais: exemplos

... continuação

	$(x-1)$	$(x-5)^3$	$(x-9)$	(x^2+9)	$(x-1)(x-5)^3(x-9)(x^2+9) \geq 0$	
$(-\infty; 1)$	-	-	-	+	$- \geq 0$	falso
1	0	-	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(1; 5)$	+	-	-	+	$+ \geq 0$	verdadeiro
5	+	0				

Inequações polinomiais: exemplos

... continuação

	$(x-1)$	$(x-5)^3$	$(x-9)$	(x^2+9)	$(x-1)(x-5)^3(x-9)(x^2+9) \geq 0$	
$(-\infty; 1)$	-	-	-	+	$- \geq 0$	falso
1	0	-	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(1; 5)$	+	-	-	+	$+ \geq 0$	verdadeiro
5	+	0	-	+		

Inequações polinomiais: exemplos

... continuação

	$(x-1)$	$(x-5)^3$	$(x-9)$	(x^2+9)	$(x-1)(x-5)^3(x-9)(x^2+9) \geq 0$	
$(-\infty; 1)$	-	-	-	+	$-\geq 0$	falso
1	0	-	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(1; 5)$	+	-	-	+	$+\geq 0$	verdadeiro
5	+	0	-	+	0	

Inequações polinomiais: exemplos

... continuação

	$(x-1)$	$(x-5)^3$	$(x-9)$	(x^2+9)	$(x-1)(x-5)^3(x-9)(x^2+9) \geq 0$	
$(-\infty; 1)$	-	-	-	+	$- \geq 0$	falso
1	0	-	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(1; 5)$	+	-	-	+	$+ \geq 0$	verdadeiro
5	+	0	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro

Inequações polinomiais: exemplos

... continuação

	$(x-1)$	$(x-5)^3$	$(x-9)$	(x^2+9)	$(x-1)(x-5)^3(x-9)(x^2+9) \geq 0$	
$(-\infty; 1)$	-	-	-	+	$- \geq 0$	falso
1	0	-	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(1; 5)$	+	-	-	+	$+ \geq 0$	verdadeiro
5	+	0	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(5; 9)$						

Inequações polinomiais: exemplos

... continuação

	$(x-1)$	$(x-5)^3$	$(x-9)$	(x^2+9)	$(x-1)(x-5)^3(x-9)(x^2+9) \geq 0$	
$(-\infty; 1)$	-	-	-	+	$- \geq 0$	falso
1	0	-	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(1; 5)$	+	-	-	+	$+ \geq 0$	verdadeiro
5	+	0	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(5; 9)$	+					

Inequações polinomiais: exemplos

... continuação

	$(x-1)$	$(x-5)^3$	$(x-9)$	(x^2+9)	$(x-1)(x-5)^3(x-9)(x^2+9) \geq 0$	
$(-\infty; 1)$	-	-	-	+	$- \geq 0$	falso
1	0	-	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(1; 5)$	+	-	-	+	$+ \geq 0$	verdadeiro
5	+	0	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(5; 9)$	+	+				

Inequações polinomiais: exemplos

... continuação

	$(x-1)$	$(x-5)^3$	$(x-9)$	(x^2+9)	$(x-1)(x-5)^3(x-9)(x^2+9) \geq 0$	
$(-\infty; 1)$	-	-	-	+	$- \geq 0$	falso
1	0	-	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(1; 5)$	+	-	-	+	$+ \geq 0$	verdadeiro
5	+	0	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(5; 9)$	+	+	-			

Inequações polinomiais: exemplos

... continuação

	$(x-1)$	$(x-5)^3$	$(x-9)$	(x^2+9)	$(x-1)(x-5)^3(x-9)(x^2+9) \geq 0$	
$(-\infty; 1)$	-	-	-	+	$- \geq 0$	falso
1	0	-	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(1; 5)$	+	-	-	+	$+ \geq 0$	verdadeiro
5	+	0	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(5; 9)$	+	+	-	+		

Inequações polinomiais: exemplos

... continuação

	$(x-1)$	$(x-5)^3$	$(x-9)$	(x^2+9)	$(x-1)(x-5)^3(x-9)(x^2+9) \geq 0$	
$(-\infty; 1)$	-	-	-	+	$- \geq 0$	falso
1	0	-	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(1; 5)$	+	-	-	+	$+ \geq 0$	verdadeiro
5	+	0	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(5; 9)$	+	+	-	+	-	

Inequações polinomiais: exemplos

... continuação

	$(x-1)$	$(x-5)^3$	$(x-9)$	(x^2+9)	$(x-1)(x-5)^3(x-9)(x^2+9) \geq 0$	
$(-\infty; 1)$	-	-	-	+	$-\geq 0$	falso
1	0	-	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(1; 5)$	+	-	-	+	$+\geq 0$	verdadeiro
5	+	0	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(5; 9)$	+	+	-	+	$-\geq 0$	falso

Inequações polinomiais: exemplos

... continuação

	$(x-1)$	$(x-5)^3$	$(x-9)$	(x^2+9)	$(x-1)(x-5)^3(x-9)(x^2+9) \geq 0$	
$(-\infty; 1)$	-	-	-	+	$-\geq 0$	falso
1	0	-	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(1; 5)$	+	-	-	+	$+\geq 0$	verdadeiro
5	+	0	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(5; 9)$	+	+	-	+	$-\geq 0$	falso
9	+					

Inequações polinomiais: exemplos

... continuação

	$(x-1)$	$(x-5)^3$	$(x-9)$	(x^2+9)	$(x-1)(x-5)^3(x-9)(x^2+9) \geq 0$	
$(-\infty; 1)$	-	-	-	+	$- \geq 0$	falso
1	0	-	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(1; 5)$	+	-	-	+	$+ \geq 0$	verdadeiro
5	+	0	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(5; 9)$	+	+	-	+	$- \geq 0$	falso
9	+	+				

Inequações polinomiais: exemplos

...continuação

	$(x-1)$	$(x-5)^3$	$(x-9)$	(x^2+9)	$(x-1)(x-5)^3(x-9)(x^2+9) \geq 0$	
$(-\infty; 1)$	-	-	-	+	$-\geq 0$	falso
1	0	-	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(1; 5)$	+	-	-	+	$+\geq 0$	verdadeiro
5	+	0	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(5; 9)$	+	+	-	+	$-\geq 0$	falso
9	+	+	0			

Inequações polinomiais: exemplos

... continuação

	$(x-1)$	$(x-5)^3$	$(x-9)$	(x^2+9)	$(x-1)(x-5)^3(x-9)(x^2+9) \geq 0$	
$(-\infty; 1)$	-	-	-	+	$-\geq 0$	falso
1	0	-	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(1; 5)$	+	-	-	+	$+\geq 0$	verdadeiro
5	+	0	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(5; 9)$	+	+	-	+	$-\geq 0$	falso
9	+	+	0	+		

Inequações polinomiais: exemplos

... continuação

	$(x-1)$	$(x-5)^3$	$(x-9)$	(x^2+9)	$(x-1)(x-5)^3(x-9)(x^2+9) \geq 0$	
$(-\infty; 1)$	-	-	-	+	$- \geq 0$	falso
1	0	-	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(1; 5)$	+	-	-	+	$+ \geq 0$	verdadeiro
5	+	0	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(5; 9)$	+	+	-	+	$- \geq 0$	falso
9	+	+	0	+	0	

Inequações polinomiais: exemplos

... continuação

	$(x-1)$	$(x-5)^3$	$(x-9)$	(x^2+9)	$(x-1)(x-5)^3(x-9)(x^2+9) \geq 0$	
$(-\infty; 1)$	-	-	-	+	$- \geq 0$	falso
1	0	-	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(1; 5)$	+	-	-	+	$+ \geq 0$	verdadeiro
5	+	0	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(5; 9)$	+	+	-	+	$- \geq 0$	falso
9	+	+	0	+	$0 \geq 0$	verdadeiro

Inequações polinomiais: exemplos

...continuação

	$(x-1)$	$(x-5)^3$	$(x-9)$	(x^2+9)	$(x-1)(x-5)^3(x-9)(x^2+9) \geq 0$	
$(-\infty; 1)$	-	-	-	+	$-\geq 0$	falso
1	0	-	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(1; 5)$	+	-	-	+	$+\geq 0$	verdadeiro
5	+	0	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(5; 9)$	+	+	-	+	$-\geq 0$	falso
9	+	+	0	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(9; +\infty)$						

Inequações polinomiais: exemplos

... continuação

	$(x-1)$	$(x-5)^3$	$(x-9)$	(x^2+9)	$(x-1)(x-5)^3(x-9)(x^2+9) \geq 0$	
$(-\infty; 1)$	-	-	-	+	$-\geq 0$	falso
1	0	-	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(1; 5)$	+	-	-	+	$+\geq 0$	verdadeiro
5	+	0	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(5; 9)$	+	+	-	+	$-\geq 0$	falso
9	+	+	0	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(9; +\infty)$	+					

Inequações polinomiais: exemplos

... continuação

	$(x-1)$	$(x-5)^3$	$(x-9)$	(x^2+9)	$(x-1)(x-5)^3(x-9)(x^2+9) \geq 0$	
$(-\infty; 1)$	-	-	-	+	$-\geq 0$	falso
1	0	-	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(1; 5)$	+	-	-	+	$+\geq 0$	verdadeiro
5	+	0	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(5; 9)$	+	+	-	+	$-\geq 0$	falso
9	+	+	0	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(9; +\infty)$	+	+				

Inequações polinomiais: exemplos

...continuação

	$(x-1)$	$(x-5)^3$	$(x-9)$	(x^2+9)	$(x-1)(x-5)^3(x-9)(x^2+9) \geq 0$	
$(-\infty; 1)$	-	-	-	+	$-\geq 0$	falso
1	0	-	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(1; 5)$	+	-	-	+	$+\geq 0$	verdadeiro
5	+	0	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(5; 9)$	+	+	-	+	$-\geq 0$	falso
9	+	+	0	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(9; +\infty)$	+	+	+			

Inequações polinomiais: exemplos

... continuação

	$(x-1)$	$(x-5)^3$	$(x-9)$	(x^2+9)	$(x-1)(x-5)^3(x-9)(x^2+9) \geq 0$	
$(-\infty; 1)$	-	-	-	+	$-\geq 0$	falso
1	0	-	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(1; 5)$	+	-	-	+	$+\geq 0$	verdadeiro
5	+	0	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(5; 9)$	+	+	-	+	$-\geq 0$	falso
9	+	+	0	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(9; +\infty)$	+	+	+	+		

Inequações polinomiais: exemplos

... continuação

	$(x-1)$	$(x-5)^3$	$(x-9)$	(x^2+9)	$(x-1)(x-5)^3(x-9)(x^2+9) \geq 0$	
$(-\infty; 1)$	-	-	-	+	$- \geq 0$	falso
1	0	-	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(1; 5)$	+	-	-	+	$+ \geq 0$	verdadeiro
5	+	0	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(5; 9)$	+	+	-	+	$- \geq 0$	falso
9	+	+	0	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(9; +\infty)$	+	+	+	+	+	

Inequações polinomiais: exemplos

... continuação

	$(x-1)$	$(x-5)^3$	$(x-9)$	(x^2+9)	$(x-1)(x-5)^3(x-9)(x^2+9) \geq 0$	
$(-\infty; 1)$	-	-	-	+	$- \geq 0$	falso
1	0	-	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(1; 5)$	+	-	-	+	$+ \geq 0$	verdadeiro
5	+	0	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(5; 9)$	+	+	-	+	$- \geq 0$	falso
9	+	+	0	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(9; +\infty)$	+	+	+	+	$+ \geq 0$	verdadeiro

Inequações polinomiais: exemplos

... continuação

	$(x-1)$	$(x-5)^3$	$(x-9)$	(x^2+9)	$(x-1)(x-5)^3(x-9)(x^2+9) \geq 0$	
$(-\infty; 1)$	-	-	-	+	$- \geq 0$	falso
1	0	-	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(1; 5)$	+	-	-	+	$+ \geq 0$	verdadeiro
5	+	0	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(5; 9)$	+	+	-	+	$- \geq 0$	falso
9	+	+	0	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(9; +\infty)$	+	+	+	+	$+ \geq 0$	verdadeiro

Conjunto solução: $\{1\} \cup (1; 5) \cup \{5\} \cup \{9\} \cup \{9; +\infty\}$

Inequações polinomiais: exemplos

... continuação

	$(x-1)$	$(x-5)^3$	$(x-9)$	(x^2+9)	$(x-1)(x-5)^3(x-9)(x^2+9) \geq 0$	
$(-\infty; 1)$	-	-	-	+	$- \geq 0$	falso
1	0	-	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(1; 5)$	+	-	-	+	$+ \geq 0$	verdadeiro
5	+	0	-	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(5; 9)$	+	+	-	+	$- \geq 0$	falso
9	+	+	0	+	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(9; +\infty)$	+	+	+	+	$+ \geq 0$	verdadeiro

Conjunto solução: $\{1\} \cup (1; 5) \cup \{5\} \cup \{9\} \cup \{9; +\infty\}$
 $= [1; 5] \cup [9; +\infty)$

Inequações envolvendo raízes

Inequação: $f(x) \leq g(x)$ onde $f(x)$ e $g(x)$ são expressões envolvendo a n -ésima raiz de x

Inequações envolvendo raízes

Inequação: $f(x) \leq g(x)$ onde $f(x)$ e $g(x)$ são expressões envolvendo a n -ésima raiz de x

Idéia geral: usar a equação equivalente $f(x)^n \leq g(x)^n$. Se n é par, tenha o devido cuidado de verificar se $f(x) \geq 0$ e $g(x) \geq 0$ para todo x no domínio.

Inequações envolvendo raízes

Inequação: $f(x) \leq g(x)$ onde $f(x)$ e $g(x)$ são expressões envolvendo a n -ésima raiz de x

Idéia geral: usar a equação equivalente $f(x)^n \leq g(x)^n$. Se n é par, tenha o devido cuidado de verificar se $f(x) \geq 0$ e $g(x) \geq 0$ para todo x no domínio.

Exemplo 4

Resolva $\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x} > 1$.

Inequações envolvendo raízes

Inequação: $f(x) \leq g(x)$ onde $f(x)$ e $g(x)$ são expressões envolvendo a n -ésima raiz de x

Idéia geral: usar a equação equivalente $f(x)^n \leq g(x)^n$. Se n é par, tenha o devido cuidado de verificar se $f(x) \geq 0$ e $g(x) \geq 0$ para todo x no domínio.

Exemplo 4

Resolva $\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x} > 1$.

Importante: iniciar a resolução determinando o domínio.

Inequações envolvendo raízes

Inequação: $f(x) \leq g(x)$ onde $f(x)$ e $g(x)$ são expressões envolvendo a n -ésima raiz de x

Idéia geral: usar a equação equivalente $f(x)^n \leq g(x)^n$. Se n é par, tenha o devido cuidado de verificar se $f(x) \geq 0$ e $g(x) \geq 0$ para todo x no domínio.

Exemplo 4

Resolva $\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x} > 1$.

Importante: iniciar a resolução determinando o domínio. Para que a inequação faça sentido, é preciso que $x+2 \geq 0$ e $3-x \geq 0$ para os reais.

Inequações envolvendo raízes

Inequação: $f(x) \leq g(x)$ onde $f(x)$ e $g(x)$ são expressões envolvendo a n -ésima raiz de x

Idéia geral: usar a equação equivalente $f(x)^n \leq g(x)^n$. Se n é par, tenha o devido cuidado de verificar se $f(x) \geq 0$ e $g(x) \geq 0$ para todo x no domínio.

Exemplo 4

Resolva $\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x} > 1$.

Importante: iniciar a resolução determinando o domínio. Para que a inequação faça sentido, é preciso que $x+2 \geq 0$ e $3-x \geq 0$ para os reais. Portanto, o domínio é $\{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq 3\} = [-2; 3]$.

Note que o lado esquerdo da inequação nem sempre é positivo para x no domínio. Como resolver?

continua...

...continuação

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x} > 1$$

...continuação

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x} > 1$$

$$(+\sqrt{3-x})$$

...continuação

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x} > 1$$

($+\sqrt{3-x}$)

$$\sqrt{x+2} > 1 + \sqrt{3-x}$$

... continuação

$$\begin{aligned}\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x} &> 1 && (+\sqrt{3-x}) \\ \sqrt{x+2} &> 1 + \sqrt{3-x}\end{aligned}$$

Agora, ambos os lados da inequação equivalente são sempre positivos, logo podemos elevar ambos os lados ao quadrado.

... continuação

$$\begin{aligned}\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x} &> 1 && (+\sqrt{3-x}) \\ \sqrt{x+2} &> 1 + \sqrt{3-x}\end{aligned}$$

Agora, ambos os lados da inequação equivalente são sempre positivos, logo podemos elevar ambos os lados ao quadrado.

$$(\sqrt{x+2})^2 > (1 + \sqrt{3-x})^2$$

... continuação

$$\begin{aligned}\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x} &> 1 && (+\sqrt{3-x}) \\ \sqrt{x+2} &> 1 + \sqrt{3-x}\end{aligned}$$

Agora, ambos os lados da inequação equivalente são sempre positivos, logo podemos elevar ambos os lados ao quadrado.

$$\begin{aligned}(\sqrt{x+2})^2 &> (1 + \sqrt{3-x})^2 \\ x+2 &> 1 + 2\sqrt{3-x} + 3 - x\end{aligned}$$

... continuação

$$\begin{aligned}\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x} &> 1 && (+\sqrt{3-x}) \\ \sqrt{x+2} &> 1 + \sqrt{3-x}\end{aligned}$$

Agora, ambos os lados da inequação equivalente são sempre positivos, logo podemos elevar ambos os lados ao quadrado.

$$\begin{aligned}(\sqrt{x+2})^2 &> (1 + \sqrt{3-x})^2 \\ x+2 &> 1 + 2\sqrt{3-x} + 3 - x \\ x+2 &> 4 - x + 2\sqrt{3-x}\end{aligned}$$

... continuação

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x} > 1 \quad (+\sqrt{3-x})$$

$$\sqrt{x+2} > 1 + \sqrt{3-x}$$

Agora, ambos os lados da inequação equivalente são sempre positivos, logo podemos elevar ambos os lados ao quadrado.

$$(\sqrt{x+2})^2 > (1 + \sqrt{3-x})^2$$

$$x+2 > 1 + 2\sqrt{3-x} + 3 - x$$

$$x+2 > 4 - x + 2\sqrt{3-x} \quad (+x-4)$$

... continuação

$$\begin{aligned}\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x} &> 1 && (+\sqrt{3-x}) \\ \sqrt{x+2} &> 1 + \sqrt{3-x}\end{aligned}$$

Agora, ambos os lados da inequação equivalente são sempre positivos, logo podemos elevar ambos os lados ao quadrado.

$$\begin{aligned}(\sqrt{x+2})^2 &> (1 + \sqrt{3-x})^2 \\ x+2 &> 1 + 2\sqrt{3-x} + 3 - x \\ x+2 &> 4 - x + 2\sqrt{3-x} && (+x-4) \\ 2x-2 &> 2\sqrt{3-x}\end{aligned}$$

... continuação

$$\begin{aligned}\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x} &> 1 && (+\sqrt{3-x}) \\ \sqrt{x+2} &> 1 + \sqrt{3-x}\end{aligned}$$

Agora, ambos os lados da inequação equivalente são sempre positivos, logo podemos elevar ambos os lados ao quadrado.

$$\begin{aligned}(\sqrt{x+2})^2 &> (1 + \sqrt{3-x})^2 \\ x+2 &> 1 + 2\sqrt{3-x} + 3 - x \\ x+2 &> 4 - x + 2\sqrt{3-x} && (+x-4) \\ 2x-2 &> 2\sqrt{3-x} && (\div 2)\end{aligned}$$

... continuação

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x} > 1 \quad (+\sqrt{3-x})$$

$$\sqrt{x+2} > 1 + \sqrt{3-x}$$

Agora, ambos os lados da inequação equivalente são sempre positivos, logo podemos elevar ambos os lados ao quadrado.

$$(\sqrt{x+2})^2 > (1 + \sqrt{3-x})^2$$

$$x+2 > 1 + 2\sqrt{3-x} + 3 - x$$

$$x+2 > 4 - x + 2\sqrt{3-x} \quad (+x-4)$$

$$2x - 2 > 2\sqrt{3-x} \quad (\div 2)$$

$$x - 1 > \sqrt{3-x}$$

... continuação

$$\begin{aligned}\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x} &> 1 && (+\sqrt{3-x}) \\ \sqrt{x+2} &> 1 + \sqrt{3-x}\end{aligned}$$

Agora, ambos os lados da inequação equivalente são sempre positivos, logo podemos elevar ambos os lados ao quadrado.

$$\begin{aligned}(\sqrt{x+2})^2 &> (1 + \sqrt{3-x})^2 \\ x+2 &> 1 + 2\sqrt{3-x} + 3 - x \\ x+2 &> 4 - x + 2\sqrt{3-x} && (+x-4) \\ 2x-2 &> 2\sqrt{3-x} && (\div 2) \\ x-1 &> \sqrt{3-x}\end{aligned}$$

Antes de elevarmos ambos os lados ao quadrado, precisamos ter o cuidado de garantir que o lado esquerdo seja sempre positivo.

continua...

... continuação

$$x - 1 > \sqrt{3 - x}$$

Para garantir que podemos elevar ambos os lados ao quadrado, precisamos separar em casos.

... continuação

$$x - 1 > \sqrt{3 - x}$$

Para garantir que podemos elevar ambos os lados ao quadrado, precisamos separar em casos.

Caso 1: $x - 1 < 0$.

Caso 2: $x - 1 \geq 0$.

$$x - 1 > \sqrt{3 - x}$$

Para garantir que podemos elevar ambos os lados ao quadrado, precisamos separar em casos.

Caso 1: $x - 1 < 0$. Por hipótese, o lado esquerdo é estritamente menor que 0, mas o lado direito da inequação é sempre maior ou igual a zero. Logo, não há solução neste caso.

Caso 2: $x - 1 \geq 0$.

$$x - 1 > \sqrt{3 - x}$$

Para garantir que podemos elevar ambos os lados ao quadrado, precisamos separar em casos.

Caso 1: $x - 1 < 0$. Por hipótese, o lado esquerdo é estritamente menor que 0, mas o lado direito da inequação é sempre maior ou igual a zero. Logo, não há solução neste caso.

Caso 2: $x - 1 \geq 0$. Ou seja, $x \geq 1$. Elevando ambos os lados ao quadrado, temos:

$$x - 1 > \sqrt{3 - x}$$

Para garantir que podemos elevar ambos os lados ao quadrado, precisamos separar em casos.

Caso 1: $x - 1 < 0$. Por hipótese, o lado esquerdo é estritamente menor que 0, mas o lado direito da inequação é sempre maior ou igual a zero. Logo, não há solução neste caso.

Caso 2: $x - 1 \geq 0$. Ou seja, $x \geq 1$. Elevando ambos os lados ao quadrado, temos:

$$(x - 1)^2 > (\sqrt{3 - x})^2$$

$$x - 1 > \sqrt{3 - x}$$

Para garantir que podemos elevar ambos os lados ao quadrado, precisamos separar em casos.

Caso 1: $x - 1 < 0$. Por hipótese, o lado esquerdo é estritamente menor que 0, mas o lado direito da inequação é sempre maior ou igual a zero. Logo, não há solução neste caso.

Caso 2: $x - 1 \geq 0$. Ou seja, $x \geq 1$. Elevando ambos os lados ao quadrado, temos:

$$\begin{aligned}(x - 1)^2 &> (\sqrt{3 - x})^2 \\ x^2 - 2x + 1 &> 3 - x\end{aligned}$$

$$x - 1 > \sqrt{3 - x}$$

Para garantir que podemos elevar ambos os lados ao quadrado, precisamos separar em casos.

Caso 1: $x - 1 < 0$. Por hipótese, o lado esquerdo é estritamente menor que 0, mas o lado direito da inequação é sempre maior ou igual a zero. Logo, não há solução neste caso.

Caso 2: $x - 1 \geq 0$. Ou seja, $x \geq 1$. Elevando ambos os lados ao quadrado, temos:

$$\begin{aligned}(x - 1)^2 &> (\sqrt{3 - x})^2 \\ x^2 - 2x + 1 &> 3 - x && (+ x - 3)\end{aligned}$$

$$x - 1 > \sqrt{3 - x}$$

Para garantir que podemos elevar ambos os lados ao quadrado, precisamos separar em casos.

Caso 1: $x - 1 < 0$. Por hipótese, o lado esquerdo é estritamente menor que 0, mas o lado direito da inequação é sempre maior ou igual a zero. Logo, não há solução neste caso.

Caso 2: $x - 1 \geq 0$. Ou seja, $x \geq 1$. Elevando ambos os lados ao quadrado, temos:

$$\begin{aligned}(x - 1)^2 &> (\sqrt{3 - x})^2 \\ x^2 - 2x + 1 &> 3 - x && (+ x - 3) \\ x^2 - x - 2 &> 0\end{aligned}$$

$$x - 1 > \sqrt{3 - x}$$

Para garantir que podemos elevar ambos os lados ao quadrado, precisamos separar em casos.

Caso 1: $x - 1 < 0$. Por hipótese, o lado esquerdo é estritamente menor que 0, mas o lado direito da inequação é sempre maior ou igual a zero. Logo, não há solução neste caso.

Caso 2: $x - 1 \geq 0$. Ou seja, $x \geq 1$. Elevando ambos os lados ao quadrado, temos:

$$\begin{aligned}(x - 1)^2 &> (\sqrt{3 - x})^2 \\ x^2 - 2x + 1 &> 3 - x && (+ x - 3) \\ x^2 - x - 2 &> 0\end{aligned}$$

Falta apenas resolver esta última inequação para o domínio $[-2; 3]$, e com x restrito a $x \geq 1$.

$$x - 1 > \sqrt{3 - x}$$

Para garantir que podemos elevar ambos os lados ao quadrado, precisamos separar em casos.

Caso 1: $x - 1 < 0$. Por hipótese, o lado esquerdo é estritamente menor que 0, mas o lado direito da inequação é sempre maior ou igual a zero. Logo, não há solução neste caso.

Caso 2: $x - 1 \geq 0$. Ou seja, $x \geq 1$. Elevando ambos os lados ao quadrado, temos:

$$\begin{aligned}(x - 1)^2 &> (\sqrt{3 - x})^2 \\ x^2 - 2x + 1 &> 3 - x && (+ x - 3) \\ x^2 - x - 2 &> 0\end{aligned}$$

Falta apenas resolver esta última inequação para o domínio $[-2; 3]$, e com x restrito a $x \geq 1$. Ou seja, consideraremos apenas soluções no intervalo $[1; 3]$.

...continuação

Resolvendo $x^2 - x - 2 > 0$ no intervalo $[1; 3]$.

... continuação

Resolvendo $x^2 - x - 2 > 0$ no intervalo $[1; 3]$.

As raízes do polinômio são $\frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2}$, ou seja, -1 (fora do intervalo) e 2 .

... continuação

Resolvendo $x^2 - x - 2 > 0$ no intervalo $[1; 3]$.

As raízes do polinômio são $\frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2}$, ou seja, -1 (fora do intervalo) e 2 . Analisaremos o sinal de $x^2 - x - 2 = (x+1)(x-2)$ nos intervalos $[1; 2)$ e $(2; 3]$.

... continuação

Resolvendo $x^2 - x - 2 > 0$ no intervalo $[1; 3]$.

As raízes do polinômio são $\frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2}$, ou seja, -1 (fora do intervalo) e 2 . Analisaremos o sinal de $x^2 - x - 2 = (x+1)(x-2)$ nos intervalos $[1; 2)$ e $(2; 3]$.

$$(x+1) \quad (x-2) \quad x^2 - x - 2 > 0$$

$[1; 2)$

2

$(2; 3]$

... continuação

Resolvendo $x^2 - x - 2 > 0$ no intervalo $[1; 3]$.

As raízes do polinômio são $\frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2}$, ou seja, -1 (fora do intervalo) e 2 . Analisaremos o sinal de $x^2 - x - 2 = (x+1)(x-2)$ nos intervalos $[1; 2)$ e $(2; 3]$.

	$(x+1)$	$(x-2)$	$x^2 - x - 2 > 0$
$[1; 2)$		+	
2			
$(2; 3]$			

... continuação

Resolvendo $x^2 - x - 2 > 0$ no intervalo $[1; 3]$.

As raízes do polinômio são $\frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2}$, ou seja, -1 (fora do intervalo) e 2 . Analisaremos o sinal de $x^2 - x - 2 = (x+1)(x-2)$ nos intervalos $[1; 2)$ e $(2; 3]$.

	$(x+1)$	$(x-2)$	$x^2 - x - 2 > 0$
$[1; 2)$	+	-	
2			
$(2; 3]$			

... continuação

Resolvendo $x^2 - x - 2 > 0$ no intervalo $[1; 3]$.

As raízes do polinômio são $\frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2}$, ou seja, -1 (fora do intervalo) e 2 . Analisaremos o sinal de $x^2 - x - 2 = (x+1)(x-2)$ nos intervalos $[1; 2)$ e $(2; 3]$.

	$(x+1)$	$(x-2)$	$x^2 - x - 2 > 0$
$[1; 2)$	+	-	-
2			
$(2; 3]$			

... continuação

Resolvendo $x^2 - x - 2 > 0$ no intervalo $[1; 3]$.

As raízes do polinômio são $\frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2}$, ou seja, -1 (fora do intervalo) e 2 . Analisaremos o sinal de $x^2 - x - 2 = (x+1)(x-2)$ nos intervalos $[1; 2)$ e $(2; 3]$.

	$(x+1)$	$(x-2)$	$x^2 - x - 2 > 0$
$[1; 2)$	+	-	$- > 0$ falso
2			
$(2; 3]$			

... continuação

Resolvendo $x^2 - x - 2 > 0$ no intervalo $[1; 3]$.

As raízes do polinômio são $\frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2}$, ou seja, -1 (fora do intervalo) e 2 . Analisaremos o sinal de $x^2 - x - 2 = (x+1)(x-2)$ nos intervalos $[1; 2)$ e $(2; 3]$.

	$(x+1)$	$(x-2)$	$x^2 - x - 2 > 0$
$[1; 2)$	+	-	$- > 0$ falso
2	+		
$(2; 3]$			

... continuação

Resolvendo $x^2 - x - 2 > 0$ no intervalo $[1; 3]$.

As raízes do polinômio são $\frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2}$, ou seja, -1 (fora do intervalo) e 2 . Analisaremos o sinal de $x^2 - x - 2 = (x+1)(x-2)$ nos intervalos $[1; 2)$ e $(2; 3]$.

	$(x+1)$	$(x-2)$	$x^2 - x - 2 > 0$
$[1; 2)$	+	-	$- > 0$ falso
2	+	0	
$(2; 3]$			

... continuação

Resolvendo $x^2 - x - 2 > 0$ no intervalo $[1; 3]$.

As raízes do polinômio são $\frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2}$, ou seja, -1 (fora do intervalo) e 2 . Analisaremos o sinal de $x^2 - x - 2 = (x+1)(x-2)$ nos intervalos $[1; 2)$ e $(2; 3]$.

	$(x+1)$	$(x-2)$	$x^2 - x - 2 > 0$
$[1; 2)$	+	-	$- > 0$ falso
2	+	0	0
$(2; 3]$			

... continuação

Resolvendo $x^2 - x - 2 > 0$ no intervalo $[1; 3]$.

As raízes do polinômio são $\frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2}$, ou seja, -1 (fora do intervalo) e 2 . Analisaremos o sinal de $x^2 - x - 2 = (x+1)(x-2)$ nos intervalos $[1; 2)$ e $(2; 3]$.

	$(x+1)$	$(x-2)$	$x^2 - x - 2 > 0$
$[1; 2)$	+	-	$- > 0$ falso
2	+	0	$0 > 0$ falso
$(2; 3]$			

... continuação

Resolvendo $x^2 - x - 2 > 0$ no intervalo $[1; 3]$.

As raízes do polinômio são $\frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2}$, ou seja, -1 (fora do intervalo) e 2 . Analisaremos o sinal de $x^2 - x - 2 = (x+1)(x-2)$ nos intervalos $[1; 2)$ e $(2; 3]$.

	$(x+1)$	$(x-2)$	$x^2 - x - 2 > 0$
$[1; 2)$	+	-	$- > 0$ falso
2	+	0	$0 > 0$ falso
$(2; 3]$	+		

... continuação

Resolvendo $x^2 - x - 2 > 0$ no intervalo $[1; 3]$.

As raízes do polinômio são $\frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2}$, ou seja, -1 (fora do intervalo) e 2 . Analisaremos o sinal de $x^2 - x - 2 = (x+1)(x-2)$ nos intervalos $[1; 2)$ e $(2; 3]$.

	$(x+1)$	$(x-2)$	$x^2 - x - 2 > 0$
$[1; 2)$	+	-	$- > 0$ falso
2	+	0	$0 > 0$ falso
$(2; 3]$	+	+	

... continuação

Resolvendo $x^2 - x - 2 > 0$ no intervalo $[1; 3]$.

As raízes do polinômio são $\frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2}$, ou seja, -1 (fora do intervalo) e 2 . Analisaremos o sinal de $x^2 - x - 2 = (x+1)(x-2)$ nos intervalos $[1; 2)$ e $(2; 3]$.

	$(x+1)$	$(x-2)$	$x^2 - x - 2 > 0$
$[1; 2)$	+	-	$- > 0$ falso
2	+	0	$0 > 0$ falso
$(2; 3]$	+	+	+

... continuação

Resolvendo $x^2 - x - 2 > 0$ no intervalo $[1; 3]$.

As raízes do polinômio são $\frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2}$, ou seja, -1 (fora do intervalo) e 2 . Analisaremos o sinal de $x^2 - x - 2 = (x+1)(x-2)$ nos intervalos $[1; 2)$ e $(2; 3]$.

	$(x+1)$	$(x-2)$	$x^2 - x - 2 > 0$	
$[1; 2)$	+	-	$- > 0$	falso
2	+	0	$0 > 0$	falso
$(2; 3]$	+	+	$+ > 0$	verdadeiro

... continuação

Resolvendo $x^2 - x - 2 > 0$ no intervalo $[1; 3]$.

As raízes do polinômio são $\frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2}$, ou seja, -1 (fora do intervalo) e 2 . Analisaremos o sinal de $x^2 - x - 2 = (x+1)(x-2)$ nos intervalos $[1; 2)$ e $(2; 3]$.

	$(x+1)$	$(x-2)$	$x^2 - x - 2 > 0$
$[1; 2)$	+	-	$- > 0$ falso
2	+	0	$0 > 0$ falso
$(2; 3]$	+	+	$+ > 0$ verdadeiro

Conclusão: O conjunto solução de $\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x} > 1$ é $(2; 3]$.

Inequações envolvendo módulos

Para resolver inequações envolvendo módulos, é preciso separar os casos em que os valores dentro dos módulos são positivos dos casos onde os valores são negativos.

Inequações envolvendo módulos

Para resolver inequações envolvendo módulos, é preciso separar os casos em que os valores dentro dos módulos são positivos dos casos onde os valores são negativos.

Exemplo 5

Resolva $|3x - 6| + x \leq 4$.

Inequações envolvendo módulos

Para resolver inequações envolvendo módulos, é preciso separar os casos em que os valores dentro dos módulos são positivos dos casos onde os valores são negativos.

Exemplo 5

Resolva $|3x - 6| + x \leq 4$.

O domínio são os reais. Temos dois casos.

Caso 1: $3x - 6 < 0$

Inequações envolvendo módulos

Para resolver inequações envolvendo módulos, é preciso separar os casos em que os valores dentro dos módulos são positivos dos casos onde os valores são negativos.

Exemplo 5

Resolva $|3x - 6| + x \leq 4$.

O domínio são os reais. Temos dois casos.

Caso 1: $3x - 6 < 0$, ou seja, $x < 2$. Neste caso, a inequação se torna:

$$-(3x - 6) + x \leq 4$$

Inequações envolvendo módulos

Para resolver inequações envolvendo módulos, é preciso separar os casos em que os valores dentro dos módulos são positivos dos casos onde os valores são negativos.

Exemplo 5

Resolva $|3x - 6| + x \leq 4$.

O domínio são os reais. Temos dois casos.

Caso 1: $3x - 6 < 0$, ou seja, $x < 2$. Neste caso, a inequação se torna:

$$-(3x - 6) + x \leq 4$$

$$6 - 2x \leq 4$$

Inequações envolvendo módulos

Para resolver inequações envolvendo módulos, é preciso separar os casos em que os valores dentro dos módulos são positivos dos casos onde os valores são negativos.

Exemplo 5

Resolva $|3x - 6| + x \leq 4$.

O domínio são os reais. Temos dois casos.

Caso 1: $3x - 6 < 0$, ou seja, $x < 2$. Neste caso, a inequação se torna:

$$-(3x - 6) + x \leq 4$$

$$6 - 2x \leq 4$$

$$-2x \leq -2$$

Inequações envolvendo módulos

Para resolver inequações envolvendo módulos, é preciso separar os casos em que os valores dentro dos módulos são positivos dos casos onde os valores são negativos.

Exemplo 5

Resolva $|3x - 6| + x \leq 4$.

O domínio são os reais. Temos dois casos.

Caso 1: $3x - 6 < 0$, ou seja, $x < 2$. Neste caso, a inequação se torna:

$$-(3x - 6) + x \leq 4$$

$$6 - 2x \leq 4$$

$$-2x \leq -2$$

$$x \geq 1$$

Inequações envolvendo módulos

Para resolver inequações envolvendo módulos, é preciso separar os casos em que os valores dentro dos módulos são positivos dos casos onde os valores são negativos.

Exemplo 5

Resolva $|3x - 6| + x \leq 4$.

O domínio são os reais. Temos dois casos.

Caso 1: $3x - 6 < 0$, ou seja, $x < 2$. Neste caso, a inequação se torna:

$$\begin{aligned}-(3x - 6) + x &\leq 4 \\6 - 2x &\leq 4 \\-2x &\leq -2 \\x &\geq 1\end{aligned}$$

Neste caso, o conjunto solução é $[1; 2)$

... continuação

Caso 2: $3x - 6 \geq 0$

... continuação

Caso 2: $3x - 6 \geq 0$, ou seja, $x \geq 2$. Neste caso, a inequação se torna

$$3x - 6 + x \leq 4$$

... continuação

Caso 2: $3x - 6 \geq 0$, ou seja, $x \geq 2$. Neste caso, a inequação se torna

$$3x - 6 + x \leq 4$$

$$4x - 6 \leq 4$$

... continuação

Caso 2: $3x - 6 \geq 0$, ou seja, $x \geq 2$. Neste caso, a inequação se torna

$$3x - 6 + x \leq 4$$

$$4x - 6 \leq 4$$

$$4x \leq 10$$

... continuação

Caso 2: $3x - 6 \geq 0$, ou seja, $x \geq 2$. Neste caso, a inequação se torna

$$3x - 6 + x \leq 4$$

$$4x - 6 \leq 4$$

$$4x \leq 10$$

$$x \leq \frac{10}{4}$$

... continuação

Caso 2: $3x - 6 \geq 0$, ou seja, $x \geq 2$. Neste caso, a inequação se torna

$$3x - 6 + x \leq 4$$

$$4x - 6 \leq 4$$

$$4x \leq 10$$

$$x \leq \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

... continuação

Caso 2: $3x - 6 \geq 0$, ou seja, $x \geq 2$. Neste caso, a inequação se torna

$$3x - 6 + x \leq 4$$

$$4x - 6 \leq 4$$

$$4x \leq 10$$

$$x \leq \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

Neste caso, o conjunto solução é $[2; 5/2]$.

... continuação

Caso 2: $3x - 6 \geq 0$, ou seja, $x \geq 2$. Neste caso, a inequação se torna

$$\begin{aligned}3x - 6 + x &\leq 4 \\4x - 6 &\leq 4 \\4x &\leq 10 \\x &\leq \frac{10}{4} = \frac{5}{2}\end{aligned}$$

Neste caso, o conjunto solução é $[2; 5/2]$.

Conclusão: o conjunto solução de $|3x - 6| + x \leq 4$ é $[1; 2) \cup [2; 5/2]$

... continuação

Caso 2: $3x - 6 \geq 0$, ou seja, $x \geq 2$. Neste caso, a inequação se torna

$$3x - 6 + x \leq 4$$

$$4x - 6 \leq 4$$

$$4x \leq 10$$

$$x \leq \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

Neste caso, o conjunto solução é $[2; 5/2]$.

Conclusão: o conjunto solução de $|3x - 6| + x \leq 4$ é $[1; 2) \cup [2; 5/2] = [1; 5/2]$.

Exemplo 6

Resolva $|x^2 - 1| - 2x \leq 0$.

Exemplo 6

Resolva $|x^2 - 1| - 2x \leq 0$.

O domínio são os reais. Temos dois casos.

Exemplo 6

Resolva $|x^2 - 1| - 2x \leq 0$.

O domínio são os reais. Temos dois casos.

Caso 1: $x^2 - 1 < 0$

Exemplo 6

Resolva $|x^2 - 1| - 2x \leq 0$.

O domínio são os reais. Temos dois casos.

Caso 1: $x^2 - 1 < 0$

Exemplo 6

Resolva $|x^2 - 1| - 2x \leq 0$.

O domínio são os reais. Temos dois casos.

Caso 1: $x^2 - 1 < 0$ Ou seja, $x^2 < 1$.

Exemplo 6

Resolva $|x^2 - 1| - 2x \leq 0$.

O domínio são os reais. Temos dois casos.

Caso 1: $x^2 - 1 < 0$ Ou seja, $x^2 < 1$. Logo, $x \in (-1; 1)$. Neste caso, a inequação é

$$-(x^2 - 1) - 2x \leq 0$$

Exemplo 6

Resolva $|x^2 - 1| - 2x \leq 0$.

O domínio são os reais. Temos dois casos.

Caso 1: $x^2 - 1 < 0$ Ou seja, $x^2 < 1$. Logo, $x \in (-1; 1)$. Neste caso, a inequação é

$$\begin{aligned} -(x^2 - 1) - 2x &\leq 0 \\ -x^2 - 2x + 1 &\leq 0 \end{aligned}$$

Exemplo 6

Resolva $|x^2 - 1| - 2x \leq 0$.

O domínio são os reais. Temos dois casos.

Caso 1: $x^2 - 1 < 0$ Ou seja, $x^2 < 1$. Logo, $x \in (-1; 1)$. Neste caso, a inequação é

$$-(x^2 - 1) - 2x \leq 0$$

$$-x^2 - 2x + 1 \leq 0$$

$$x^2 + 2x - 1 \geq 0$$

Exemplo 6

Resolva $|x^2 - 1| - 2x \leq 0$.

O domínio são os reais. Temos dois casos.

Caso 1: $x^2 - 1 < 0$ Ou seja, $x^2 < 1$. Logo, $x \in (-1; 1)$. Neste caso, a inequação é

$$-(x^2 - 1) - 2x \leq 0$$

$$-x^2 - 2x + 1 \leq 0$$

$$x^2 + 2x - 1 \geq 0$$

O polinômio $x^2 + 2x - 1 = 0$ possui raízes $x_0 = -1 - \sqrt{2}$ (fora deste caso) e $x_1 = -1 + \sqrt{2}$.

Exemplo 6

Resolva $|x^2 - 1| - 2x \leq 0$.

O domínio são os reais. Temos dois casos.

Caso 1: $x^2 - 1 < 0$ Ou seja, $x^2 < 1$. Logo, $x \in (-1; 1)$. Neste caso, a inequação é

$$-(x^2 - 1) - 2x \leq 0$$

$$-x^2 - 2x + 1 \leq 0$$

$$x^2 + 2x - 1 \geq 0$$

O polinômio $x^2 + 2x - 1 = 0$ possui raízes $x_0 = -1 - \sqrt{2}$ (fora deste caso) e $x_1 = -1 + \sqrt{2}$. Analisaremos o sinal de $x^2 + 2x + 1 =$

Exemplo 6

Resolva $|x^2 - 1| - 2x \leq 0$.

O domínio são os reais. Temos dois casos.

Caso 1: $x^2 - 1 < 0$ Ou seja, $x^2 < 1$. Logo, $x \in (-1; 1)$. Neste caso, a inequação é

$$-(x^2 - 1) - 2x \leq 0$$

$$-x^2 - 2x + 1 \leq 0$$

$$x^2 + 2x - 1 \geq 0$$

O polinômio $x^2 + 2x - 1 = 0$ possui raízes $x_0 = -1 - \sqrt{2}$ (fora deste caso) e $x_1 = -1 + \sqrt{2}$. Analisaremos o sinal de $x^2 + 2x - 1 = (x - x_0)(x - x_1)$ limitado a $x \in (-1; 1)$.

Exemplo 6

Resolva $|x^2 - 1| - 2x \leq 0$.

O domínio são os reais. Temos dois casos.

Caso 1: $x^2 - 1 < 0$ Ou seja, $x^2 < 1$. Logo, $x \in (-1; 1)$. Neste caso, a inequação é

$$-(x^2 - 1) - 2x \leq 0$$

$$-x^2 - 2x + 1 \leq 0$$

$$x^2 + 2x - 1 \geq 0$$

O polinômio $x^2 + 2x - 1 = 0$ possui raízes $x_0 = -1 - \sqrt{2}$ (fora deste caso) e $x_1 = -1 + \sqrt{2}$. Analisaremos o sinal de $x^2 + 2x - 1 = (x - x_0)(x - x_1)$ limitado a $x \in (-1; 1)$. Ou seja, nos intervalos $(-1; x_1)$ e $(x_1; 1)$.

continua...

... continuação

$$(x - x_0) \quad (x - x_1) \quad x^2 + 2x - 1 \geq 0$$

$$(-1; x_1)$$

$$x_1$$

$$(x_1; 1)$$

... continuação

$$(x - x_0) \quad (x - x_1) \quad x^2 + 2x - 1 \geq 0$$

$$(-1; x_1) \quad +$$

$$x_1$$

$$(x_1; 1)$$

... continuação

	$(x - x_0)$	$(x - x_1)$	$x^2 + 2x - 1 \geq 0$
$(-1; x_1)$	+	-	
x_1			
$(x_1; 1)$			

... continuação

	$(x - x_0)$	$(x - x_1)$	$x^2 + 2x - 1 \geq 0$
$(-1; x_1)$	+	-	-
x_1			
$(x_1; 1)$			

... continuação

	$(x - x_0)$	$(x - x_1)$	$x^2 + 2x - 1 \geq 0$
$(-1; x_1)$	+	-	$- \geq 0$ falso
x_1			
$(x_1; 1)$			

... continuação

	$(x - x_0)$	$(x - x_1)$	$x^2 + 2x - 1 \geq 0$
$(-1; x_1)$	+	-	$- \geq 0$ falso
x_1	+		
$(x_1; 1)$			

... continuação

	$(x - x_0)$	$(x - x_1)$	$x^2 + 2x - 1 \geq 0$
$(-1; x_1)$	+	-	$- \geq 0$ falso
x_1	+	0	
$(x_1; 1)$			

... continuação

	$(x - x_0)$	$(x - x_1)$	$x^2 + 2x - 1 \geq 0$
$(-1; x_1)$	+	-	$- \geq 0$ falso
x_1	+	0	0
$(x_1; 1)$			

... continuação

	$(x - x_0)$	$(x - x_1)$	$x^2 + 2x - 1 \geq 0$
$(-1; x_1)$	+	-	$- \geq 0$ falso
x_1	+	0	$0 \geq 0$ verdadeiro
$(x_1; 1)$			

... continuação

	$(x - x_0)$	$(x - x_1)$	$x^2 + 2x - 1 \geq 0$
$(-1; x_1)$	+	-	$- \geq 0$ falso
x_1	+	0	$0 \geq 0$ verdadeiro
$(x_1; 1)$	+		

... continuação

	$(x - x_0)$	$(x - x_1)$	$x^2 + 2x - 1 \geq 0$
$(-1; x_1)$	+	-	$- \geq 0$ falso
x_1	+	0	$0 \geq 0$ verdadeiro
$(x_1; 1)$	+	+	

... continuação

	$(x - x_0)$	$(x - x_1)$	$x^2 + 2x - 1 \geq 0$
$(-1; x_1)$	+	-	$- \geq 0$ falso
x_1	+	0	$0 \geq 0$ verdadeiro
$(x_1; 1)$	+	+	+

... continuação

	$(x - x_0)$	$(x - x_1)$	$x^2 + 2x - 1 \geq 0$
$(-1; x_1)$	+	-	$- \geq 0$ falso
x_1	+	0	$0 \geq 0$ verdadeiro
$(x_1; 1)$	+	+	$+ \geq 0$ verdadeiro

... continuação

	$(x - x_0)$	$(x - x_1)$	$x^2 + 2x - 1 \geq 0$
$(-1; x_1)$	+	-	$- \geq 0$ falso
x_1	+	0	$0 \geq 0$ verdadeiro
$(x_1; 1)$	+	+	$+ \geq 0$ verdadeiro

Logo, no caso 1, o conjunto solução é $[-1 + \sqrt{2}; 1)$.

... continuação

	$(x - x_0)$	$(x - x_1)$	$x^2 + 2x - 1 \geq 0$
$(-1; x_1)$	+	-	$- \geq 0$ falso
x_1	+	0	$0 \geq 0$ verdadeiro
$(x_1; 1)$	+	+	$+ \geq 0$ verdadeiro

Logo, no caso 1, o conjunto solução é $[-1 + \sqrt{2}; 1)$.

Caso 2: $x^2 - 1 \geq 0$, ou seja, $x^2 \geq 1$.

... continuação

	$(x - x_0)$	$(x - x_1)$	$x^2 + 2x - 1 \geq 0$
$(-1; x_1)$	+	-	$- \geq 0$ falso
x_1	+	0	$0 \geq 0$ verdadeiro
$(x_1; 1)$	+	+	$+ \geq 0$ verdadeiro

Logo, no caso 1, o conjunto solução é $[-1 + \sqrt{2}; 1)$.

Caso 2: $x^2 - 1 \geq 0$, ou seja, $x^2 \geq 1$.

Logo $x \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$.

... continuação

	$(x - x_0)$	$(x - x_1)$	$x^2 + 2x - 1 \geq 0$	
$(-1; x_1)$	+	-	$- \geq 0$	falso
x_1	+	0	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(x_1; 1)$	+	+	$+ \geq 0$	verdadeiro

Logo, no caso 1, o conjunto solução é $[-1 + \sqrt{2}; 1)$.

Caso 2: $x^2 - 1 \geq 0$, ou seja, $x^2 \geq 1$.

Logo $x \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$. Neste caso, a equação se torna

$$x^2 - 1 - 2x \leq 0$$

cujas raízes são $x_0 = 1 - \sqrt{2}$ (fora deste caso) e $x_1 = 1 + \sqrt{2}$.

... continuação

	$(x - x_0)$	$(x - x_1)$	$x^2 + 2x - 1 \geq 0$	
$(-1; x_1)$	+	-	$- \geq 0$	falso
x_1	+	0	$0 \geq 0$	verdadeiro
$(x_1; 1)$	+	+	$+ \geq 0$	verdadeiro

Logo, no caso 1, o conjunto solução é $[-1 + \sqrt{2}; 1)$.

Caso 2: $x^2 - 1 \geq 0$, ou seja, $x^2 \geq 1$.

Logo $x \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$. Neste caso, a equação se torna

$$x^2 - 1 - 2x \leq 0$$

cujas raízes são $x_0 = 1 - \sqrt{2}$ (fora deste caso) e $x_1 = 1 + \sqrt{2}$.

Analisaremos o sinal de $x^2 - 1 - 2x = (x - x_0)(x - x_1)$ nos intervalos $(-\infty; -1]$, $[1; x_1)$ e $(x_1; +\infty)$.

continua...

...continuação

$$(x - x_0) \quad (x - x_1) \quad x^2 - 2x - 1 \leq 0$$

$$(-\infty; -1]$$

$$[1; x_1)$$

$$x_1$$

$$(x_1; +\infty)$$

...continuação

	$(x - x_0)$	$(x - x_1)$	$x^2 - 2x - 1 \leq 0$
$(-\infty; -1]$		-	
$[1; x_1)$			
x_1			
$(x_1; +\infty)$			

...continuação

	$(x - x_0)$	$(x - x_1)$	$x^2 - 2x - 1 \leq 0$
$(-\infty; -1]$	-	-	
$[1; x_1)$			
x_1			
$(x_1; +\infty)$			

...continuação

	$(x - x_0)$	$(x - x_1)$	$x^2 - 2x - 1 \leq 0$
$(-\infty; -1]$	-	-	+
$[1; x_1)$			
x_1			
$(x_1; +\infty)$			

...continuação

	$(x - x_0)$	$(x - x_1)$	$x^2 - 2x - 1 \leq 0$
$(-\infty; -1]$	-	-	$+ \leq 0$ falso
$[1; x_1)$			
x_1			
$(x_1; +\infty)$			

...continuação

	$(x - x_0)$	$(x - x_1)$	$x^2 - 2x - 1 \leq 0$
$(-\infty; -1]$	-	-	$+ \leq 0$ falso
$[1; x_1)$	+		
x_1			
$(x_1; +\infty)$			

...continuação

	$(x - x_0)$	$(x - x_1)$	$x^2 - 2x - 1 \leq 0$
$(-\infty; -1]$	-	-	$+ \leq 0$ falso
$[1; x_1)$	+	-	
x_1			
$(x_1; +\infty)$			

...continuação

	$(x - x_0)$	$(x - x_1)$	$x^2 - 2x - 1 \leq 0$
$(-\infty; -1]$	-	-	$+ \leq 0$ falso
$[1; x_1)$	+	-	-
x_1			
$(x_1; +\infty)$			

...continuação

	$(x - x_0)$	$(x - x_1)$	$x^2 - 2x - 1 \leq 0$
$(-\infty; -1]$	-	-	$+ \leq 0$ falso
$[1; x_1)$	+	-	$- \leq 0$ verdadeiro
x_1			
$(x_1; +\infty)$			

...continuação

	$(x - x_0)$	$(x - x_1)$	$x^2 - 2x - 1 \leq 0$
$(-\infty; -1]$	-	-	$+ \leq 0$ falso
$[1; x_1)$	+	-	$- \leq 0$ verdadeiro
x_1	+		
$(x_1; +\infty)$			

...continuação

	$(x - x_0)$	$(x - x_1)$	$x^2 - 2x - 1 \leq 0$
$(-\infty; -1]$	-	-	$+ \leq 0$ falso
$[1; x_1)$	+	-	$- \leq 0$ verdadeiro
x_1	+	0	
$(x_1; +\infty)$			

... continuação

	$(x - x_0)$	$(x - x_1)$	$x^2 - 2x - 1 \leq 0$
$(-\infty; -1]$	-	-	$+ \leq 0$ falso
$[1; x_1)$	+	-	$- \leq 0$ verdadeiro
x_1	+	0	0
$(x_1; +\infty)$			

...continuação

	$(x - x_0)$	$(x - x_1)$	$x^2 - 2x - 1 \leq 0$
$(-\infty; -1]$	-	-	$+ \leq 0$ falso
$[1; x_1)$	+	-	$- \leq 0$ verdadeiro
x_1	+	0	$0 \leq 0$ verdadeiro
$(x_1; +\infty)$			

...continuação

	$(x - x_0)$	$(x - x_1)$	$x^2 - 2x - 1 \leq 0$
$(-\infty; -1]$	-	-	$+ \leq 0$ falso
$[1; x_1)$	+	-	$- \leq 0$ verdadeiro
x_1	+	0	$0 \leq 0$ verdadeiro
$(x_1; +\infty)$	+		

...continuação

	$(x - x_0)$	$(x - x_1)$	$x^2 - 2x - 1 \leq 0$
$(-\infty; -1]$	-	-	$+ \leq 0$ falso
$[1; x_1)$	+	-	$- \leq 0$ verdadeiro
x_1	+	0	$0 \leq 0$ verdadeiro
$(x_1; +\infty)$	+	+	

...continuação

	$(x - x_0)$	$(x - x_1)$	$x^2 - 2x - 1 \leq 0$
$(-\infty; -1]$	-	-	$+ \leq 0$ falso
$[1; x_1)$	+	-	$- \leq 0$ verdadeiro
x_1	+	0	$0 \leq 0$ verdadeiro
$(x_1; +\infty)$	+	+	+

...continuação

	$(x - x_0)$	$(x - x_1)$	$x^2 - 2x - 1 \leq 0$
$(-\infty; -1]$	-	-	$+ \leq 0$ falso
$[1; x_1)$	+	-	$- \leq 0$ verdadeiro
x_1	+	0	$0 \leq 0$ verdadeiro
$(x_1; +\infty)$	+	+	$+ \leq 0$ falso

... continuação

	$(x - x_0)$	$(x - x_1)$	$x^2 - 2x - 1 \leq 0$
$(-\infty; -1]$	-	-	$+ \leq 0$ falso
$[1; x_1)$	+	-	$- \leq 0$ verdadeiro
x_1	+	0	$0 \leq 0$ verdadeiro
$(x_1; +\infty)$	+	+	$+ \leq 0$ falso

No caso 2, o conjunto solução é $[1; 1 + \sqrt{2}]$.

... continuação

	$(x - x_0)$	$(x - x_1)$	$x^2 - 2x - 1 \leq 0$
$(-\infty; -1]$	-	-	$+ \leq 0$ falso
$[1; x_1)$	+	-	$- \leq 0$ verdadeiro
x_1	+	0	$0 \leq 0$ verdadeiro
$(x_1; +\infty)$	+	+	$+ \leq 0$ falso

No caso 2, o conjunto solução é $[1; 1 + \sqrt{2}]$.

Conclusão: o conjunto solução é $[-1 + \sqrt{2}; 1) \cup [1; 1 + \sqrt{2}] =$

...continuação

	$(x - x_0)$	$(x - x_1)$	$x^2 - 2x - 1 \leq 0$
$(-\infty; -1]$	-	-	$+ \leq 0$ falso
$[1; x_1)$	+	-	$- \leq 0$ verdadeiro
x_1	+	0	$0 \leq 0$ verdadeiro
$(x_1; +\infty)$	+	+	$+ \leq 0$ falso

No caso 2, o conjunto solução é $[1; 1 + \sqrt{2}]$.

Conclusão: o conjunto solução é $[-1 + \sqrt{2}; 1) \cup [1; 1 + \sqrt{2}] = [-1 + \sqrt{2}; 1 + \sqrt{2}]$.

- Terminar de ler o apêndice A.
- Fazer todos os exercícios do apêndice.
- Terminar a lista 5