BC0407 - Funções de Várias Variáveis
Lista 2 - Limites e continuidade

Profa. Juliana Pimentel

28.02.2016

Exercício 1. Dada a função $f(x,y) = 2x + 3y$, prove, usando a definição, que $\lim_{(x,y)\to(3,4)} f(x,y) = 18$

Exercício 2. Determine o limite, se existir, ou mostre que o limite não existe.

(a) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(2,-1)} (x^3y + x^2y^3 + 4)$ (b) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{e^{xy}}{x+1}$ (c) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{xy}{x^2+y^2+2}$

(d) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{(x-y)^2}{x^2+y^2}$ (e) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2y}{x^4+y^2}$ (f) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2+y}{x^2+y^2}$

(g) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\cos(x) - 1 - \frac{x^2}{2}}{x^4+y^4}$ (h) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2}{\sqrt{x^2+y^2}}$ (i) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2\operatorname{tg}(x)}{x^2+y^2}$

(j) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\sqrt{x+3}-\sqrt{3}}{xy+x}$ (k) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(1,1)} \frac{\sqrt[3]{xy}-1}{\sqrt{xy}-1}$ (l) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} x\operatorname{sen}\left(\frac{1}{x^2+y^2}\right)$

Exercício 3. (a) Mostre que o valor de $\frac{x^3y}{2x^6+y^2}$ tende a 0 quando $(x,y)\to(0,0)$ ao longo de qualquer reta $y = mx$, ou ao longo de qualquer parábola $y = kx^2$.

(b) Mostre que

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^3y}{2x^6+y^2}$$

não existe, tomando $(x,y)\to(0,0)$ ao longo da curva $y = x^3$.

Exercício 4. Determine o maior conjunto no qual a função f é contínua e represente-o graficamente:

(a) $f(x,y) = y\ln(1+x)$ (b) $f(x,y) = \sqrt{x-y}$

(c) $f(x,y) = \dfrac{x^2y}{\sqrt{25-x^2-y^2}}$ (d) $f(x,y) = \ln(x^2+y^2-4)$

(e) $f(x,y) = arcsen(xy)$ (f) $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2y^3}{2x^2+y^2}, & (x,y)\neq(0,0) \\ 1, & (x,y)\neq(0,0). \end{cases}$

Exercício 5. Encontre o valor de a para que a função dada seja contínua em $(0,0)$:

$$\text{(a)}\quad f(x,y) = \begin{cases} (x^2+y^2)\operatorname{sen}(\frac{1}{xy}), & (x,y)\neq(0,0) \\ a, & (x,y)\neq(0,0). \end{cases}$$

$$\text{(b)}\quad f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2y^2}{\sqrt{y^2+1-1}}, & (x,y)\neq(0,0) \\ a-4, & (x,y)\neq(0,0). \end{cases}$$

$$\text{(c)}\quad f(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2\operatorname{sen}(x)\cos(y)}{x^2+y^2}, & (x,y)\neq(0,0) \\ a^2-4a-5, & (x,y)\neq(0,0). \end{cases}$$