BC0407 - Funções de Várias Variáveis
Lista 7 - Coordenadas Polares e Integrais Triplas

Profa. Juliana Pimentel

29.04.2016

Exercício 1. Usando coordenadas polares, calcule:

(a) $\displaystyle\int\int_R (x^2+y^2)^2 dxdy, \quad R = \{(x,y)|x^2+y^4 \leq 4, x \geq 0\}$

(b) $\displaystyle\int_{-1}^{1}\int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} \sqrt{1-x^2-y^2}\,dydx$

(c) $\displaystyle\int\int_R \sqrt{x^2+y^2}\,dxdy, \quad R \textit{ delimitada por } x^2+y^2=1 \textit{ e } x^2+y^2=9$

(d) $\displaystyle\int\int_R x dxdy, \quad R \textit{ delimitada por } x^2+y^2-4x=0$

(e) $\displaystyle\int\int_R xydxdy, \quad R \textit{ delimitada por } \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$

(f) $\displaystyle\int\int_R \sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2}\,dxdy, \quad R \textit{ delimitada por } (x-1)^2+(y-2)^2=1$

(g) $\displaystyle\int\int_R dxdy, \quad R \textit{ delimitada por } 4(x-3)^2+(y-2)^2=4.$ *Interprete o resultado geometricamente.*

Exercício 2. Calcule o volume do sólido delimitado pelas superfícies $x^2+y^2=1$, $z=0$ e $z=x^2+y^2$.

Exercício 3. Calcule a área da elipse $x^2+4y^2-4x=0$.

Exercício 4. Encontre o volume da reigão E delimitada pelas superfícies $z=x^2+3y^2$ e $z=8-x^2-y^2$.

Exercício 5. Calcule as seguintes integrais triplas:

(a) $\displaystyle\int_0^1\int_0^1\int_0^1 (x^2+y^2+z^2)dzdydx$

(b) $\displaystyle\int_1^e\int_1^{e^2}\int_1^{e^3} \frac{1}{xyz}dxdydz$

(c) $\displaystyle\int_0^{\pi/6}\int_0^1\int_{-2}^3 y\sin z dxdydz$

(d) $\displaystyle\int_0^3\int_0^{\sqrt{9-x^2}}\int_0^{\sqrt{9-x^2}} dzdydx$

(e) $\displaystyle\int_0^1\int_0^{2-x}\int_0^{2-x-y} dzdydx$

Exercício 6. Encontre o volume da região entre o cilindro $z=y^2$ e o plano xy que é delimitada pelos planos $x=0$, $x=1$, $y=-1$, $y=1$.

Exercício 7. Converta a integral

$$\int_{-1}^{1}\int_0^{\sqrt{1-y^2}}\int_0^x (x^2+y^2)\,dz\,dx\,dy$$

em uma integral equivalente em coordenadas cilíndricas e calcule o resultado.