UFABC

FOLHA DE PROVA

NOTA

Nome:

R.A.

Disciplina: Data: / /

Professor: Cód. Disciplina:

Questão 1

(a) $\lim_{x\to \frac{1}{2}^+} \frac{|2x-1|}{2x-1} = \lim_{x\to \frac{1}{2}^+} \frac{2x-1}{2x-1} = \lim_{x\to \frac{1}{2}^+} 1 = 1$

$\lim_{x\to \frac{1}{2}^-} \frac{|2x-1|}{2x-1} = \lim_{x\to \frac{1}{2}^-} \frac{-(2x-1)}{(2x-1)} = \lim_{x\to \frac{1}{2}^-} -1 = -1$

$$\boxed{\nexists \lim_{x\to \frac{1}{2}} \frac{|2x-1|}{2x-1}}$$

(b) $\lim_{x\to +\infty} (x-\sqrt{x^2+3x}) \cdot \frac{(x+\sqrt{x^2+3x})}{(x+\sqrt{x^2+3x})} = \lim_{x\to +\infty} \frac{x^2-(x^2+3x)}{x+\sqrt{x^2\left(1+\frac{3}{x}\right)}}$

$= \lim_{x\to +\infty} \frac{-3x}{x\left(1+\sqrt{1+\frac{3}{x}}\right)} = \lim_{x\to +\infty} \frac{-3}{1+\sqrt{1+\frac{3}{x}}} = \boxed{-\frac{3}{2}}$

(c) Como $\lim_{x\to 0} x^2 = 0$ e g é limitada ($|g(x)| \leq 1, \forall x$)

$\lim_{x\to 0} x^2 g(x) = \boxed{0}$

ABSQUE SUDORE ET LABORE NULLUM OPUS PERFECTUM EST
"SEM SUOR E SEM TRABALHO NENHUMA OBRA É TERMINADA"
SCHREVELIUS 1176

(d) $\lim_{x \to 0^+} (1+3x)^{\frac{1}{x}} = \lim_{t \to +\infty} \left(1 + \frac{1}{t}\right)^{3t}$

$\begin{cases} 3x = \frac{1}{t} \\ x \to 0^+ \Rightarrow t \to +\infty \end{cases}$ $= \left(\lim_{t \to +\infty} \left(1 + \frac{1}{t}\right)^{t}\right)^{3} = \boxed{e^{3}}$

Questão 2

f é contínua em $\mathbb{R} \setminus \{2\}$, além disso

$$\lim_{x \to 2^-} \frac{x^2-4}{x-2} = \lim_{x \to 2^-} \frac{(x+2)\cancel{(x-2)}}{\cancel{(x-2)}} = 4$$

$$\lim_{x \to 2^+} (c^2-c)x - 8 = 2(c^2-c) - 8$$

$$2c^2 - 2c - 8 = 4$$
$$c^2 - c - 6 = 0$$
$$c = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{2} \quad \begin{cases} c' = 3 \\ c'' = -2 \end{cases}$$

se $c = 3$ ou -2 então f é contínua em $x = 2$.

Questão 3

$$f(x) = \frac{x^2-5x}{x^2-6x+5} = \frac{x^2-5x}{(x-5)(x-1)} = \frac{x(x-5)}{(x-5)(x-1)}$$

Assíntotas horizontais:

$$\lim_{x \to \pm\infty} \frac{x^2-5x}{x^2-6x+5} = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{x^2\left(1 - \frac{5}{x}\right)}{x^2\left(1 - \frac{6}{x} + \frac{5}{x^2}\right)} = 1$$

$$\boxed{y = 1}$$

Assíntotas verticais:

$$\mathrm{Dom}\, f = \mathbb{R} \setminus \{5, 1\}$$

$$\lim_{x \to 1^+} f(x) = \lim_{x \to 1^+} \frac{x}{x-1} = +\infty$$

$$\lim_{x \to 5} f(x) = \lim_{x \to 5} \frac{x}{x-1} = \frac{5}{4}$$

$$\boxed{x = 1}$$

Questão 4

$$-K\,|g(x) - g(x_0)| \leq f(x) - f(x_0) \leq K\,|g(x) - g(x_0)|$$

$$f(x_0) - K\,|g(x) - g(x_0)| \leq f(x) \leq f(x_0) + K\,|g(x) - g(x_0)|$$

g contínua em $x_0 \Rightarrow \lim_{x \to x_0} f(x_0) - K\,|g(x) - g(x_0)| = f(x_0)$

$$= \lim_{x \to x_0} f(x_0) + K\,|g(x) - g(x_0)|$$

Pelo Teorema do Confronto
$$\lim_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$$

Questão 5

$h(x) = f(x) - g(x)$ é contínua pois é a soma de funções contínuas

- $h(a) = f(a) - g(a) < 0$
- $h(b) = f(b) - g(b) > 0$

Logo, pelo Teorema de Bolzano $\exists\, c \in (a, b)$ tal que $h(c) = 0$, ou seja, $f(c) = g(c)$.