

Bases Matemáticas

Teste 2

Profa. Juliana Pimentel

Exercício 1. Calcule, justificando, os seguintes limites:

(a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{|x^2-1|}$

(b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x+2} - \sqrt{x-3}$

(c) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{x}{4}\right)^{\frac{1}{x}}$

(d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(2x^3 + 4) - \ln(5x^3 + 2x - 1)$

Exercício 2. Resolva e justifique.

(a) Prove que se $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \ell$ então $\lim_{x \rightarrow a} |f(x)| = |\ell|$.

(b) No item anterior vale a recíproca?

Exercício 3. Determine, caso existam, as assíntotas horizontais e verticais da função

$$f(x) = \frac{x|x| + 2|x| + 1}{x^2 + 1}.$$

Justifique sua resposta.

Exercício 4. Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função tal que

$$|f(x) - f(2)| \leq (x-2)^4 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{x^2-4}\right),$$

para todo $p \neq 2$. A função f é contínua em $x = 2$? Justifique.

Exercício 5. Resolva, justificando, cada item abaixo.

(a) Considere a seguinte função

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-8}{x-2}, & x > 2 \\ L, & x = 2 \\ \frac{9x-6}{5x-8}, & x < 2. \end{cases}$$

Existe um valor de L tal que exista o limite $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$?

(b) Determine o domínio e a inversa da função $f(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$.

Exercício 6. Seja $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ uma função contínua. Mostre que existe $x_0 \in [0, 1]$ tal que $f(x_0) = x_0$.