

Lista 1 - FVV

Funções de várias variáveis: domínio, imagem, gráfico, curva de nível, superfície de nível

1º quadrimestre de 2015 - Professor Maurício Richartz

OBS: Não esqueça dos esboços!! Para conferi-los, use o site WolframAlpha ou o Google.

1. a) Conjunto vazio. b) Parábola. c) Reta. d) Hemisfério esquerdo de uma circunferência. e) Parte superior de uma elipse. f) Hipérbole. g) Elipse. h) Parábola. i) Circunferência. j) Hipérbole.
2. a) Cilindro. b) Elipsóide. c) Elipsóide. d) Cilindro. e) Parabolóide elíptico. f) Cone. g) Parabolóide Hiperbólico. h) Hiperbolóide de duas folhas. i) Cone. j) Parabolóide elíptico. k) Hiperbolóide de uma folha. l) Plano. m) Cilindro. n) Parte superior de um cone. o) Um dos hemisférios de uma superfície esférica. p) Plano.
3. a) $\text{Dom}(f) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | y > 1 - x/2\} \rightarrow$ semiplano. b) $\text{Dom}(f) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} > 1\} \rightarrow$ exterior de uma elipse. c) Dica: complete quadrados. $\text{Dom}(f) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | (x-1)^2 + y^2 > 1\} \rightarrow$ exterior de uma circunferência. d) $\text{Dom}(f) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | y < 4x\} \rightarrow$ semiplano. e) $\text{Dom}(f) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\} \rightarrow$ anel circular. f) $\text{Dom}(f) = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 4x^2 + 4y^2 > z^2\} \rightarrow$ exterior de um cone. g) $\text{Dom}(f) = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x^2 + y^2 - z^2 \geq 1\} \rightarrow$ exterior de um hiperbolóide de uma folha. h) $\text{Dom}(f) = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y > 2\} \rightarrow$ semiespaço.
4. a) $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}^2$, $\text{Im}(f) = \mathbb{R}$. b) $\text{Dom}(f) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x^2 + y^2 < 16\}$, $\text{Im}(f) = [\frac{1}{4}, \infty)$. c) Dica: complete quadrados. $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}^2$, $\text{Im}(f) = [-1, \infty)$. d) $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}^2$, $\text{Im}(f) = [-1, 1]$. e) $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}^2$, $\text{Im}(f) = \mathbb{R}$. f) $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}^2$, $\text{Im}(f) = \mathbb{R}_+$. g) $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}^2$, $\text{Im}(f) = \mathbb{R}_+$.
5. Dica: pense bem em quais valores de k utilizar para construir as curvas de nível. No item (a), por exemplo, de nada adianta escolher $k = 1$, $k = 2$ e $k = 3$ simultaneamente, por exemplo! O item b) é literal (i.e. os valores de k que você escolher vão depender dos parâmetros c e r), mas mesmo assim é possível esboçar as curvas de nível!
6. a) Graf. \rightarrow plano / C. de nível \rightarrow plano. b) Graf. \rightarrow plano / C. de nível \rightarrow retas. c) Graf. \rightarrow superfície cilíndrica cossenoidal / C. de nível \rightarrow retas. d) Graf. \rightarrow superfície cilíndrica parabólica / C. de nível \rightarrow retas. e) Graf. \rightarrow parabolóide circular / C. de nível \rightarrow circunferências. f) Graf. \rightarrow parabolóide elíptico / C. de nível \rightarrow elipses. g) semi-elipsóide (parte de cima de um elipsóide) / C. de nível \rightarrow elipses. h) Graf. \rightarrow cone / C. de nível \rightarrow circunferências.
7. a) Planos. b) Planos. c) Reta ($k=0$) e superfícies cilíndricas. d) Esferas.