

Lista 2 - FVV

Funções de várias variáveis: limites e continuidade

1º quadrimestre de 2015 - Professor Maurício Richartz

OBS: Não esqueça dos esboços e das justificativas!! Alguns itens podem ser feitos de diversas maneiras diferentes.

1. a) $3/2$. b) 0 (simplificação). c) 2 (simplificação). d) Não existe. e) 0 (coord. polares). f) 2 (simplificação). g) Não existe. h) -1 (coord. polares). i) 0 . j) 0 (coord. polares). k) Não existe. l) Não existe. m) $1/36$. n) Não existe. o) 0 (simplificação).
2. a) $X = \mathbb{R}^2$;
b) $X = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | y \leq x\}$;
c) $X = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | (2k - 1/2)\pi < x^2 + y^2 < (2k + 1/2)\pi, k \in \mathbb{N}\}$;
d) $X = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | y \neq 0\}$;
e) $X = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | y \neq 0 \text{ e } y \neq \pm \frac{2x^2}{\pi(2k+1)}, k \in \mathbb{N}\}$;
f) $X = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | y \geq x^2, y \neq 0\}$;
g) $X = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | 4y^2 - x^2 \leq 1\}$;
h) $X = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y < 1\}$;
i) $X = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x^2 + y^2 + z^2 < 4\}$;
j) $X = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 4x^2 + 9y^2 + z^2 \leq 1\}$.
3. a) Limite não existe; b) $a = 0$ (teorema do confronto); c) $a = 1$ (coordenadas polares); d) Limite não existe; e) $a = 0$ (teorema do confronto ou coordenadas polares); f) $a = 0$ (coordenadas polares).
4. a) $\text{Dom}f = \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$; c) Use dois caminhos diferentes (por exemplo $y = x$ e $y = -x$) para mostrar que o limite não existe; d) O fato dos limites iterados existirem e serem iguais não implica que o limite da função exista.
5. **(dica: faça um esboço das regiões do plano para entender o que está acontecendo)**
a) Para qualquer reta, mostre que existe uma vizinhança em torno da origem para a qual $f=0$ em todos os pontos; b) Use, por exemplo, $y = x^2/2$; c) Não.