

Q1	
Q2	
Q3	
Q4	
Q5	
Total	

Nome: \_\_\_\_\_ RA: \_\_\_\_\_

## Universidade Federal do ABC

IEDO — 2017.2 – Prof. Maurício Richartz – Prova 1 — Versão B - Noturno

### Instruções (importante):

- As provas são individuais e sem consulta a nenhum material. Justifique suas respostas.
- Escreva seu nome, à caneta, em todas as folhas (inclusive no rascunho, caso o tenha solicitado).
- Não é permitido o uso de calculadoras nem celulares.
- Em caso de fraudes ou plágio os alunos envolvidos serão reprovados e um processo disciplinar será aberto.

1. Considere o PVI  $\begin{cases} y'' \ln x - \frac{y'}{x} + \frac{2y}{x^2} = 0, \\ y(1) = 0. \end{cases}$

a) **(0,5)** O que significa dizer que uma função  $\phi(x)$  é solução desse PVI? b) **(0,5)** A função  $\phi : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ , dada por  $\phi(x) = (\ln x)^2$  é solução desse PVI?

2. Resolva os PVI's abaixo:

- a) **(1,25)**  $y' + 2xy = (\sin x)e^{-x^2}$ ,  $y(0) = 3$ ,  
b) **(1,25)**  $y' = y(y-3)x^2$ ,  $y(0) = -3/2$ ,  
c) **(1,25)**  $y' = e^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}$ ,  $y(1) = -1$ .

3. **(0,75)** Suponha que a taxa de crescimento da população de uma bactéria é proporcional ao número de bactérias em um dado instante, sendo a constante de proporcionalidade dada por  $3 \text{ min}^{-1}$ . Se após 3 minutos a população de bactérias é 400000, qual era a população inicial de bactérias? (Se precisar, considere  $e^3 = 20$ .)

4. No organismo de um ser humano saudável, a quantidade da substância kryptonita é zero e a quantidade da substância adamantium é 50 mg. No entanto, após contrair uma doença incurável, uma pessoa passou a produzir adamantium a uma taxa

constante de 5 mg/hora e kryptonita a uma taxa que é, em cada instante, inversamente proporcional ao quadrado da quantidade de adamantium. Passadas 10 horas, a quantidade de kryptonita no organismo atinge 1mg. a) **(1,5)** Sabendo que a quantidade de 1,5 mg de kryptonita é mortal para o ser humano, quando o indivíduo irá falecer? b) **(0,5)** Suponha que, ao invés de ser humano, esse indivíduo é um mutante imortal que consegue tolerar infinitas quantidades de kryptonita. Qual será a quantidade dessa substância em seu organismo quando o tempo tender a infinito?

5. Considere a EDO  $\frac{dy}{dx} = \frac{(1-y)(y-2)}{y^2}$ .

- a) **(0,75)** Usando apenas o teorema de existência e unicidade, podemos garantir a existência e unicidade de soluções para quais condições iniciais?  
b) **(1,0)** Quais os pontos de equilíbrio dessa EDO? Classifique-os quanto a estabilidade.  
c) **(0,75)** As soluções dessa EDO mudam de concavidade para algum valor de  $y$ ? Se sim, em qual(is)?