

| | |
|-------|--|
| Q1 | |
| Q2 | |
| Q3 | |
| Q4 | |
| Q5 | |
| Total | |

Nome: _____ RA: _____

Universidade Federal do ABC

FUV — 2017.2 – Prof. Maurício Richartz – Prova 1 — Versão D - Noturno

Instruções (importante):

- As provas são individuais e sem consulta a nenhum material. Justifique suas respostas.
- Escreva seu nome, à caneta, em todas as folhas (inclusive no rascunho, caso o tenha solicitado).
- Não é permitido o uso de calculadoras nem celulares.
- Em caso de fraudes ou plágio os alunos envolvidos serão reprovados e um processo disciplinar será aberto.

1. Considere o PVI $\begin{cases} y'' - 3x^2y' - 6xy = 0, \\ y(0) = 1. \end{cases}$

a) **(0,5)** O que significa dizer que uma função $\phi(x)$ é solução desse PVI? b) **(0,5)** A função $\phi : (-\infty, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, dada por $\phi(x) = e^{x^3}$ é solução desse PVI?

2. Resolva os PVI's abaixo:

- a) **(1,25)** $y' - 2xy = (\cos x)e^{x^2}$, $y(0) = 3$,
b) **(1,25)** $y' = y(y - 4)x^3$, $y(0) = -2$
c) **(1,25)** $y' = e^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}$, $y(1) = -1$.

3. **(0,75)** Sabendo que a taxa de decaimento de um material radioativo é proporcional à quantidade desse material em um dado instante, e sendo a constante de proporcionalidade dada por -3 anos^{-1} . Se após 3 anos quantidade de material radioativo é 60 gramas, qual era a quantidade inicial? (Se precisar, considere $e^3 = 20$.)

4. Existe uma estrada de 100 km que liga as cidades de Arendelle e Winterfell. Após um período de verão, começa a nevar, o que faz com que surja uma camada de neve na estrada. Quando a neve atinge 10 cm de altura na estrada, um benfeitor

decide ajudar a população usando seu trator para retirar a neve da estrada. Suponha que camada de neve na estrada suba a uma taxa constante de 2 cm/hora e que a taxa com que o benfeitor consegue avançar na estrada (ou seja, sua velocidade) é, em cada instante, inversamente proporcional ao quadrado da altura da camada de neve. Partindo de Arendelle, ele percorre 60% do caminho até Winterfell em 5 horas. a) **(1,5)** Quanto tempo ele demora para chegar em Winterfell? b) **(0,5)** Suponha que, ao invés de 100 km, a distância até Winterfell fosse 200 km. Quanto tempo ele demoraria para chegar?

5. Considere a EDO $\frac{dy}{dx} = \frac{(y-2)(y-3)}{y^2}$.

- a) **(0,75)** Usando apenas o teorema de existência e unicidade, podemos garantir a existência e unicidade de soluções para quais condições iniciais?
b) **(1,0)** Quais os pontos de equilíbrio dessa EDO? Classifique-os quanto a estabilidade.
c) **(0,75)** As soluções dessa EDO mudam de concavidade para algum valor de y ? Se sim, em qual(is)?