

Funções de Várias Variáveis – BCN 0407
2º quad. 2023 – Noturno – São Bernardo do Campo
Prof. Vinicius Cifú Lopes

Primeira Prova – Versão X – 07/07/2023

Nome	RA
Resolução e pontuação	_____

Instruções:

- Esta prova tem duração de 1h 30min.
- Não se esqueça de escrever seus dados acima; use caneta azul ou preta.
- Somente vire esta folha e inicie a prova quando autorizado.
- Não remova ou substitua o grampo das folhas.
- Use caneta azul ou preta para responder as questões. Não use lápis.
- Não rasure e não use borracha, corretivo ou “branquinho”. Se errar, risque e escreva a versão nova em sequência.
- Nada fora dos quadros de resposta ou em folha avulsa será considerado na correção. Cada quadro deve conter todo o trabalho pedido referente a sua questão.
- Quando solicitado, indique apenas a resposta final dentro do quadro. Caso contrário, apresente raciocínio e dedução completos.
- Utilize somente os métodos requeridos nos enunciados e vistos em aula.
- Quando solicitado, realize a demonstração abstratamente e em geral, sem recurso a exemplos numéricos ou hipóteses adicionais.
- Apresente letra legível e redação organizada.
- Para rascunho, use somente os versos das folhas deste caderno ou solicite folhas avulsas e devolva-as ao final da prova. Não utilize outro material.
- Não use tinta vermelha.
- Não é permitido consultar materiais, dispositivos ou pessoas.
- Nenhuma pergunta será respondida durante a prova.
- Sobre a mesa, tenha somente caneta azul ou preta e documento original e com foto. Arrume seus pertences sob a cadeira e fechados na bolsa.
- **Não cole, nem permita cópia!** Proteja seu trabalho.
- Esta prova contém **3** (três) folhas, incluindo esta, e **4** (quatro) questões. Verifique se este caderno está completo ao iniciar a prova.

Boa Prova!

(1) Resolva cada item, apresentando apenas as soluções finais. O primeiro item está resolvido como exemplo. (4pts)

Ex.: Determine a derivada parcial de $x^2y - 3xy^2$ com respeito a x .

$$2xy - 3yx^{y-1}$$

(a) Determine $\frac{\partial}{\partial x}(x^2y - 3xy^2 + 2yz)$.

$$2xy - 3y^2$$

(1pt)

(b) Determine $\frac{\partial f}{\partial y}$ sabendo que $(f(x,y))^3 + (x+y)(f(x,y))^2 + x^2 + y^2 = 34$.

$$(-2y - (f(x,y))^2) / (3(f(x,y))^2 + (x+y)2f(x,y))$$

(1pt)

(c) Determine o plano tangente à superfície $xz - yz^3 + yz^2 = 2$ no ponto $(2, -1, 1)$.

$$x + 3z - 5 = 0$$

(1pt)

(d) Calcule $\int_0^1 \int_0^z \int_0^y ze^{-y^2} dx dy dz$, sabendo que $\int e^{-y^2} y dy = -\frac{1}{2}e^{-y^2} + C$.

$$1/4e$$

(1pt)

(a) Lista 3, ex. 2a. (b) Cf. lista 3, ex. 19 e 20. Derivação implícita: aplique $\frac{\partial}{\partial y}$ a ambos os membros: $3(f)^2 \cdot \frac{\partial f}{\partial y} + (0+1)(f)^2 + (x+y)2(f) \cdot \frac{\partial f}{\partial y} + 0 + 2y = 0 \Rightarrow$ isole $\frac{\partial f}{\partial y}$.

(c) Lista 4, ex. 2a. Com $f = xz - yz^3 + yz^2$, vem: $\nabla f = (z, -z^3 + z^2, x - 3yz^2 + 2yz)$
 $\Rightarrow \nabla f(2, -1, 1) = (1, 0, 3) \Rightarrow 0 = \langle \nabla f(2, -1, 1) | (x-2, y-(-1), z-1) \rangle = x-2+3(z-1)$.

(d) Lista 7, ex. 3b. $\int_0^1 \int_0^z [ze^{-y^2} \cdot x]_{x=0}^{x=y} dy dz = \int_0^1 \int_0^z ze^{-y^2} y dy dz = \int_0^1 [-z \frac{1}{2} e^{-y^2}]_{y=0}^{y=z} dz$
 $\cdot dz = \int_0^1 (-\frac{z}{2} e^{-z^2} + \frac{z}{2}) dz = [\frac{1}{4} e^{-z^2} + \frac{z^2}{4}]_{z=0}^{z=1} = \frac{1}{4}e + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} - 0$.

$f(x,y,z)$ (anso em solo)

(2) Calcule: (a) a direção em que a derivada direcional de $f(x,y,z) = 3x^2 + y^2 + 4z^2$ em $(1,5,-2)$ tem valor máximo; (b) esse valor. (2pts)

List 1, ex 5a. (a) $\nabla f(x,y,z) = (6x, 2y, 8z) \Rightarrow \nabla f(1,5,-2) = (6, 10, -16)$. (1pt)

(b) $\frac{\partial f}{\partial u}(1,5,-2) = \langle \nabla f(1,5,-2) | u \rangle = \langle (6, 10, -16) | \frac{(6, 10, -16)}{\|(6, 10, -16)\|} \rangle =$
 $= \|(6, 10, -16)\| = \sqrt{36 + 100 + 256} = \sqrt{392}$. (1pt)

(Também na versão Y.)

(3) Sejam $f(u,v)$ diferenciável e $W = f(x^2 + y^2, x^2 - y^2)$. Calcule $\frac{\partial W}{\partial y}$. (2pts)

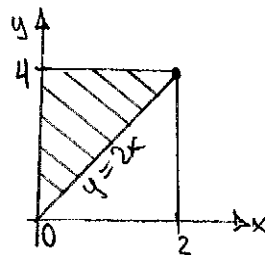
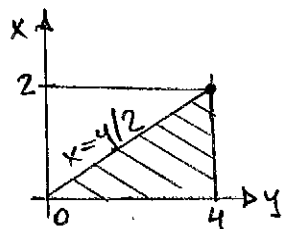
$$\frac{\partial W}{\partial y} = \frac{\partial f}{\partial u} \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial v} \cdot \frac{\partial v}{\partial y} \quad (1pt)$$

com $u = x^2 + y^2$ e $v = x^2 - y^2$:

$$\frac{\partial W}{\partial y} = \frac{\partial f}{\partial u} \cdot 2y + \frac{\partial f}{\partial v} \cdot (-2y) \quad (1pt)$$

(4) Inverta a ordem de integração de $\int_0^4 \int_0^{y/2} f(x,y) dx dy$. (2pts)

List 6, ex 3a.



(1pt)

$$\rightarrow \int_0^2 \int_{2x}^4 f(x,y) dy dx. \quad (1pt)$$