

Funções de Várias Variáveis – BCN 0407  
2º quad. 2024 – Noturno – São Bernardo do Campo  
Prof. Vinicius Cifú Lopes

Primeira Prova – Versão Y – 02 agosto 2024

Nome

RA

Resolução e pontuação	_____
-----------------------	-------

Instruções:

- Esta prova tem duração de 1h 30min.
- Não se esqueça de escrever seus dados acima; use caneta azul ou preta.
- Somente vire esta folha e inicie a prova quando autorizado.
- Não remova ou substitua o grampo das folhas.
- Use caneta azul ou preta para responder as questões. Não use lápis.
- Não rasure e não use borracha, corretivo ou “branquinho”. Se errar, risque e escreva a versão nova em sequência.
- Nada fora dos quadros de resposta ou em folha avulsa será considerado na correção. Cada quadro deve conter todo o trabalho pedido referente a sua questão.
- Quando solicitado, indique apenas a resposta final dentro do quadro. Caso contrário, apresente raciocínio e dedução completos.
- Utilize somente os métodos requeridos nos enunciados e vistos em aula.
- Quando solicitado, realize a demonstração abstratamente e em geral, sem recurso a exemplos numéricos ou hipóteses adicionais.
- Apresente letra legível e redação organizada.
- Para rascunho, use somente os versos das folhas deste caderno ou solicite folhas avulsas e devolva-as ao final da prova. Não utilize outro material.
- Não use tinta vermelha.
- Não é permitido consultar materiais, dispositivos ou pessoas.
- Nenhuma pergunta será respondida durante a prova.
- Sobre a mesa, tenha somente caneta azul ou preta e documento original e com foto. Arrume seus pertences sob a cadeira e fechados na bolsa.
- **Não cole, nem permita cópia!** Proteja seu trabalho.
- Esta prova contém **3** (três) folhas, incluindo esta, e **4** (quatro) questões. Verifique se este caderno está completo ao iniciar a prova.

Boa Prova!

(1) Resolva cada item, apresentando apenas as respostas finais. O primeiro item está resolvido como exemplo. (4pts)

Ex.: Determine a derivada parcial de  $x^2y - 3x^y$  com respeito a  $y$ .

$$x^2 - 3x^y \ln x$$

(a) Determine  $\frac{\partial}{\partial y} (5xz^2 - 2x^8y^7 + 4yz)$ .

$$-14x^8y^6 + 4z$$

(1pts)

(b) Determine  $\frac{\partial u}{\partial x}$  sabendo que  $xye^{3u} = \pi x + 2y - 5u^2$ .

$$(\pi - ye^{3u}) / (3xye^{3u} + 10u)$$

(1pts)

(c) Determine o plano tangente à superfície  $xyz^2 + x^2y^2 = 6$  no ponto  $(1,2,1)$ .

$$10x + 5y + 4z = 24$$

(1pts)

(d) Determine a reta tangente à curva  $(2t^5, 3 \sin \pi t, e^{-t})$  no ponto dado por  $t = 1$ .

$$(2, 0, e^{-1}) + (10, -3\pi, -e^{-1}) \cdot \lambda$$

(1pts)

(b) Derivamos ambos os membros:  $ye^{3u} + xy e^{3u} \cdot 3 \frac{\partial u}{\partial x} = \pi - 10u \cdot \frac{\partial u}{\partial x}$ .

Isolamos  $\frac{\partial u}{\partial x}$ :  $(3xy e^{3u} + 10u) \frac{\partial u}{\partial x} = \pi - ye^{3u}$ .

(c)  $f = xyz^2 + x^2y^2 \Rightarrow \nabla f = (yz^2 + 2xy^2, xz^2 + 2x^2y, 2xyz) \Rightarrow \nabla f(1,2,1) =$

$(10, 5, 4) \Rightarrow 10(x-1) + 5(y-2) + 4(z-1) = 0$ . (Note  $f(1,2,1) = 6$ .)

(d)  $\gamma = (2t^5, 3 \sin \pi t, e^{-t}) \Rightarrow \gamma(1) = (2, 0, e^{-1})$  e  $\gamma' = (10t^4, 3\pi \cos \pi t, -e^{-t})$

$\Rightarrow \gamma'(1) = (10, -3\pi, -e^{-1})$ .

(2) Calcule: (a) a direção e sentido em que a derivada direcional de  $f = x^2 - 3xyz$  em  $(2, 2, -1)$  tem valor máximo; (b) esse valor. (2pts)

$$(a) \nabla f = (2x - 3yz, -3xz, -3xy) \Rightarrow \nabla f(2, 2, -1) = (10, 6, -12) \quad (1 \text{pto})$$

$$(b) u = \frac{\nabla f(2, 2, -1)}{\|\nabla f(2, 2, -1)\|} \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial u}(2, 2, -1) = \langle \nabla f(2, 2, -1) | u \rangle =$$

$$= \|\nabla f(2, 2, -1)\| = \|(10, 6, -12)\| = \sqrt{100 + 36 + 144} = \sqrt{280} \quad (1 \text{pto})$$

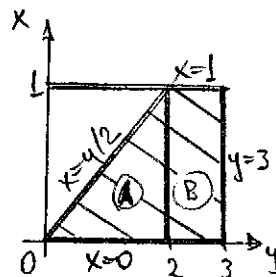
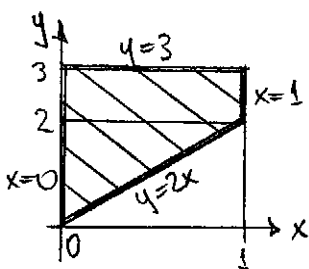
(3) Sejam  $F = uv$  e  $\gamma = (\cos 2\pi t, e^{5t^2})$ . Calcule  $(F \circ \gamma)'(0)$  usando  $\nabla F$  e  $\gamma'$ . (2pts)

$$\nabla F = (v, u), \gamma(0) = (1, 1), \gamma' = (-2\pi \sin 2\pi t, e^{5t^2} \cdot 10t) \quad (1 \text{pto})$$

$$\Rightarrow (F \circ \gamma)'(0) = \langle \nabla F(\gamma(0)) | \gamma'(0) \rangle \quad (1 \text{pto})$$

$$= \langle (1, 1) | (0, 0) \rangle = 0.$$

(4) Inverta a ordem de integração de  $\int_0^1 \int_{2x}^3 f(x, y) dy dx$ . (2pts)



(1pto)

$$\Rightarrow \underbrace{\int_0^2 \int_0^{y/2} f(x, y) dx dy}_A + \underbrace{\int_2^3 \int_0^1 f(x, y) dx dy}_B \quad (1 \text{pto})$$