

Funções de Uma Variável – BCN 0402
3º quad. 2024 – Diurno – São Bernardo do Campo
Prof. Vinicius Cifú Lopes

Segunda Prova – Versão X – 16 dez. 2024

Nome

RA

Resolução e pontuação	_____
-----------------------	-------

Instruções:

- Esta prova tem duração de 1h 30min.
- Não se esqueça de escrever seus dados acima; use caneta azul ou preta.
- Somente vire esta folha e inicie a prova quando autorizado.
- Não remova ou substitua o grampo das folhas.
- Use caneta azul ou preta para responder as questões. Não use lápis.
- Não rasure e não use borracha, corretivo ou “branquinho”. Se errar, risque e escreva a versão nova em sequência.
- Nada fora dos quadros de resposta ou em folha avulsa será considerado na correção. Cada quadro deve conter todo o trabalho pedido referente a sua questão.
- Quando solicitado, indique apenas a resposta final dentro do quadro. Caso contrário, apresente raciocínio e dedução completos.
- Utilize somente os métodos requeridos nos enunciados e vistos em aula.
- Quando solicitado, realize a demonstração abstratamente e em geral, sem recurso a exemplos numéricos ou hipóteses adicionais.
- Apresente letra legível e redação organizada.
- Para rascunho, use somente os versos das folhas deste caderno ou solicite folhas avulsas e devolva-as ao final da prova. Não utilize outro material.
- Não use tinta vermelha.
- Não é permitido consultar materiais, dispositivos ou pessoas.
- Nenhuma pergunta será respondida durante a prova.
- Sobre a mesa, tenha somente caneta azul ou preta e documento original e com foto. Arrume seus pertences sob a cadeira e fechados na bolsa.
- **Não cole, nem permita cópia!** Proteja seu trabalho.
- Esta prova contém **3** (três) folhas, incluindo esta, e **4** (quatro) questões. Verifique se este caderno está completo ao iniciar a prova.

Boa Prova!

(1) Resolva cada item, apresentando apenas as respostas finais. O primeiro item está resolvido como exemplo. (4pts)

Ex.: Calcule $\int 2x dx$.

$$x^2 + C$$

(a) Calcule $\int (6x^2 - \ln x) dx$.

$$2x^3 - x \ln x + x + C$$

(1 pts)

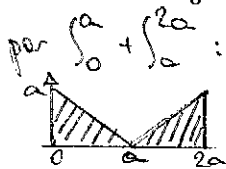
(b) Calcule $\int \frac{\sin(\pi \sqrt{x+1}) dx}{\sqrt{x+1}}$.

par subst.:
 $u = \pi \sqrt{x+1}$

$$-\frac{2}{\pi} \cos(\pi \sqrt{x+1}) + C$$

(1 pts)

(c) Calcule $\int_0^{2a} |x - a| dx$ para $a > 0$.



$$a^2$$

(1 pts)

(d) Calcule $\int_6^{\infty} dx/x^2$.

$$\begin{aligned} & \left[-\frac{1}{x} \right]_6^M = \\ & = -\frac{1}{M} + \frac{1}{6} \xrightarrow{M \rightarrow \infty} \frac{1}{6} \end{aligned}$$

$$1/6$$

(1 pts)

(2) Calcule $\int x e^{5x} dx$. (2pts)

$$\begin{aligned} \int x e^{5x} dx &= \int x \frac{d(e^{5x})}{5} = \frac{1}{5} \int x d(e^{5x}) = \frac{1}{5} (x e^{5x} - \int e^{5x} dx) \\ &= \frac{1}{5} x e^{5x} - \frac{1}{5} \int e^{5x} dx = \frac{1}{5} x e^{5x} - \frac{1}{25} e^{5x} + C. \end{aligned}$$

1 pts: integrações por partes (ou fórmula do produto)

1 pts: cálculos completos e resultado final (fatores 1/5)

(3) Calcule $\int \frac{-(x+1) dx}{(x-1)(x+2)}$. (2pts)

$$\frac{-x-1}{(x-1)(x+2)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+2} = \frac{A(x+2)+B(x-1)}{(x-1)(x+2)} = \frac{(A+B)x+(2A-B)}{(x-1)(x+2)}$$

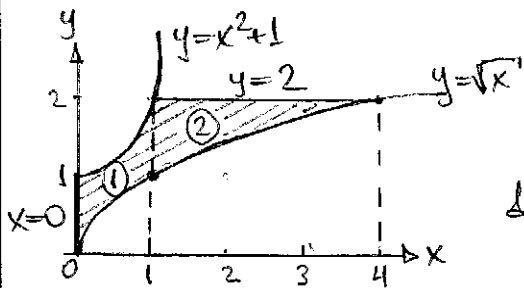
$$\Rightarrow -x-1 = (A+B)x + (2A-B) \Rightarrow \begin{cases} A+B = -1 \\ 2A-B = -1 \end{cases} \Rightarrow A = -\frac{2}{3}, B = -\frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \int \frac{-(x+1) dx}{(x-1)(x+2)} = \int \frac{-\frac{2}{3} dx}{x-1} + \int \frac{-\frac{1}{3} dx}{x+2} = -\frac{2}{3} \ln|x-1| - \frac{1}{3} \ln|x+2| + C$$

1 pto: técnica das frações e coeficientes

1 pto: integração com ln.

(4) Calcule a área da região delimitada por $y = x^2 + 1$, $y = \sqrt{x}$, $x = 0$ e $y = 2$. (2pts)



$$\Delta \text{rea} = \underbrace{\int_0^1 (x^2 + 1 - \sqrt{x}) dx}_{\textcircled{1}} + \underbrace{\int_1^4 (2 - \sqrt{x}) dx}_{\textcircled{2}} =$$

$$= \left[\frac{x^3}{3} + x - \frac{x^{3/2}}{3/2} \right]_0^1 + \left[2x - \frac{x^{3/2}}{3/2} \right]_1^4 = \left(\frac{1}{3} + 1 - \frac{2}{3} \right) - 0 + \left(8 - \frac{16}{3} \right) - \left(2 - \frac{2}{3} \right) = 2$$

1 pto: divisão da região e limites de integração

1 pto: diferenças de funções e cálculos completos.