

Funções de Uma Variável – BCN 0402
3º quad. 2024 – Diurno – São Bernardo do Campo
Prof. Vinicius Cifú Lopes

Segunda Prova – Versão Y – 16 dez. 2024

Nome

RA

Resolução e pontuação	_____
-----------------------	-------

Instruções:

- Esta prova tem duração de 1h 30min.
- Não se esqueça de escrever seus dados acima; use caneta azul ou preta.
- Somente vire esta folha e inicie a prova quando autorizado.
- Não remova ou substitua o grampo das folhas.
- Use caneta azul ou preta para responder as questões. Não use lápis.
- Não rasure e não use borracha, corretivo ou “branquinho”. Se errar, risque e escreva a versão nova em sequência.
- Nada fora dos quadros de resposta ou em folha avulsa será considerado na correção. Cada quadro deve conter todo o trabalho pedido referente a sua questão.
- Quando solicitado, indique apenas a resposta final dentro do quadro. Caso contrário, apresente raciocínio e dedução completos.
- Utilize somente os métodos requeridos nos enunciados e vistos em aula.
- Quando solicitado, realize a demonstração abstratamente e em geral, sem recurso a exemplos numéricos ou hipóteses adicionais.
- Apresente letra legível e redação organizada.
- Para rascunho, use somente os versos das folhas deste caderno ou solicite folhas avulsas e devolva-as ao final da prova. Não utilize outro material.
- Não use tinta vermelha.
- Não é permitido consultar materiais, dispositivos ou pessoas.
- Nenhuma pergunta será respondida durante a prova.
- Sobre a mesa, tenha somente caneta azul ou preta e documento original e com foto. Arrume seus pertences sob a cadeira e fechados na bolsa.
- **Não cole, nem permita cópia!** Proteja seu trabalho.
- Esta prova contém 3 (três) folhas, incluindo esta, e 4 (quatro) questões. Verifique se este caderno está completo ao iniciar a prova.

Boa Prova!

(1) Resolva cada item, apresentando apenas as respostas finais. O primeiro item está resolvido como exemplo. (4pts)

Ex.: Calcule $\int 2x \, dx$.

$$x^2 + C$$

(a) Calcule $\int (6x^3 - \sin x) \, dx$.

$$\frac{3}{2} x^4 + \cos x + C$$

(1 pts)

(b) Calcule $\int \frac{\ln(\sqrt{3x-3}) \, dx}{\sqrt{x-1}}$.

por subst:

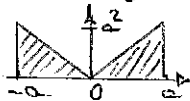
$$u = \sqrt{3x-3}$$

$$\frac{2}{\sqrt{3}} (\sqrt{3x-3} \ln \sqrt{3x-3} - \sqrt{3x-3}) + C$$

(1 pts)

(c) Calcule $\int_{-a}^a |ax| \, dx$ para $a > 0$.

por $\int_{-a}^0 + \int_0^a$:



$$a^2$$

(1 pts)

(d) Calcule $\int_6^{\infty} dx/x^3$.

$$\left[-\frac{1}{2x^2} \right]_6^M =$$

$$= -\frac{1}{2M^2} + \frac{1}{72} \xrightarrow{M \rightarrow \infty} \frac{1}{72}$$

$$\frac{1}{72}$$

(1 pts)

(2) Calcule $\int x e^{4x} \, dx$. (2pts)

$$\begin{aligned} \int x e^{4x} \, dx &= \int x \frac{d(e^{4x})}{4} = \frac{1}{4} \int x d(e^{4x}) = \frac{1}{4} (x e^{4x} - \int e^{4x} \, dx) \\ &= \frac{1}{4} x e^{4x} - \frac{1}{4} \int e^{4x} \, dx = \frac{1}{4} x e^{4x} - \frac{1}{16} e^{4x} + C. \end{aligned}$$

1 pts: integração por partes (ou fórmula do produto)

1 pts: cálculos completos e. resultado final (fatores 1/4).

(3) Calcule $\int \frac{-(x+2) dx}{(x+1)(x-2)}$. (2pts)

$$\frac{-x-2}{(x+1)(x-2)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-2} = \frac{A(x-2)+B(x+1)}{(x+1)(x-2)} = \frac{(A+B)x + (-2A+B)}{(x+1)(x-2)}$$

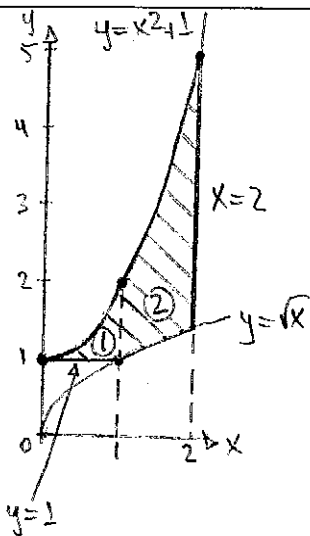
$$\Rightarrow -x-2 = (A+B)x + (-2A+B) \Rightarrow \begin{cases} A+B = -1 \\ -2A+B = -2 \end{cases} \Rightarrow A = \frac{1}{3}, B = -\frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow \int \frac{-(x+2) dx}{(x+1)(x-2)} = \int \frac{\frac{1}{3} dx}{x+1} + \int \frac{-\frac{4}{3} dx}{x-2} = \frac{1}{3} \ln|x+1| - \frac{4}{3} \ln|x-2| + C.$$

1pts: técnica das frações e coeficientes

1pts: integração com ln.

(4) Calcule a área da região delimitada por $y = x^2 + 1$, $y = \sqrt{x}$, $y = 1$ e $x = 2$. (2pts)



$$\text{Área} = \underbrace{\int_0^1 (x^2 + 1 - 1) dx}_{(1)} + \underbrace{\int_1^2 (x^2 + 1 - \sqrt{x}) dx}_{(2)} =$$

$$= \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^1 + \left[\frac{x^3}{3} + x - \frac{2x^{3/2}}{3/2} \right]_1^2$$

$$= \frac{1}{3} - 0 + \left(\frac{8}{3} + 2 - \frac{2}{3} \cdot \sqrt{8} \right) - \left(\frac{1}{3} + 1 - \frac{2}{3} \cdot 1 \right) =$$

$$= 1 + \frac{10}{3} - \frac{4}{3} \sqrt{2}.$$

1pts: divisão da região e limites de integração

1pts: diferenças de funções e cálculos completos.