Bases Matemáticas – BIS 0003 – 1° quad. 2025 – Prof. Vinicius Cifú Lopes

Segunda Prova – Versão Y – 05 maio 2025

| **Nome legível** | **Número RA** |
|---|---|
| Resolução e pontuação | ——— |

Instruções:

- Esta prova tem duração de 1h 30min.
- Não se esqueça de escrever seus dados acima; use caneta azul ou preta.
- Somente vire esta folha e inicie a prova quando autorizado.
- Não remova ou substitua o grampo das folhas.
- Use caneta azul ou preta para responder as questões. Não use lápis.
- Não rasure e não use borracha, corretivo ou "branquinho". Se errar, risque e escreva a versão nova em sequência.
- Nada fora dos quadros de resposta ou em folha avulsa será considerado na correção. Cada quadro deve conter todo o trabalho pedido referente a sua questão.
- Quando solicitado, indique apenas a resposta final dentro do quadro. Caso contrário, apresente raciocínio e dedução completos.
- Utilize somente os métodos requeridos nos enunciados e vistos em aula.
- Quando solicitado, realize a demonstração abstratamente e em geral, sem recurso a exemplos numéricos ou hipóteses adicionais.
- Apresente letra legível e redação organizada.
- Para rascunho, use somente os versos das folhas deste caderno ou solicite folhas avulsas e devolva-as ao final da prova. Não utilize outro material.
- Não use tinta vermelha.
- Não é permitido consultar materiais, dispositivos ou pessoas.
- Nenhuma pergunta será respondida durante a prova.
- Sobre a mesa, tenha somente caneta azul ou preta e documento original e com foto. Arrume seus pertences sob a cadeira e fechados na bolsa.
- **Não cole, nem permita cópia!** Proteja seu trabalho.
- Esta prova contém **3** (três) folhas, incluindo esta, e **4** (quatro) questões. Verifique se este caderno está completo ao iniciar a prova.

Boa Prova!

(1) Resolva cada item, apresentando apenas as simplificações das expressões e os resultados. O primeiro item está resolvido como exemplo.

Ex.: Calcule $\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{x}$.

$$\frac{1-\cos x}{x}\cdot\frac{1+\cos x}{1+\cos x}=\frac{1-\cos^2 x}{x(1+\cos x)}=\frac{\operatorname{sen} x}{x}\cdot\frac{\operatorname{sen} x}{1+\cos x}\xrightarrow{x\to 0} 1\cdot\frac{0}{2}=0$$

(a) Calcule $\lim_{x\to 1} \frac{5x^3-3x^2-2x}{4x^3-x^2-3x}$. (1pto)

$$\frac{\cancel{x}\,\cancel{(x-1)}(5x+2)}{\cancel{x}\,\cancel{(x-1)}(4x+3)} \xrightarrow{x\to 1} \frac{7}{7}=1$$

(b) Calcule $\lim_{x\to 0} \frac{5x^3-3x^2-2x}{4x^3-x^2-3x}$. (1pto)

$$\frac{\cancel{x}(5x^2-3x-2)}{\cancel{x}(4x^2-x-3)} \xrightarrow{x\to 0} \frac{0-0-2}{0-0-3}=\frac{2}{3}$$

(c) Calcule $\lim_{x\to \infty} \frac{5x^3-3x^2-2x}{4x^3-x^2-3x}$. (1pto)

$$\frac{\cancel{x^3}(5-3/x-2/x^2)}{\cancel{x^3}(4-1/x-3/x^2)} \xrightarrow{x\to\infty} \frac{5-0-0}{4-0-0}=\frac{5}{4}$$

(d) Substitua $a$ tal que exista $\lim_{u\to 2} \frac{u^2-8u+a}{u^2-u-2}$ e calcule-o. (1pto)

$$a=12 \Rightarrow \frac{u^2-8u+12}{u^2-u-2}=\frac{\cancel{(u-2)}(u-6)}{\cancel{(u-2)}(u+1)} \xrightarrow{u\to 2} \frac{-4}{3}$$

(Limite da forma $\frac{k}{0}$: existência requer $k=0$.)

(2) Calcule os limites $\lim_{s\to 2^\pm} e^{s/(2-s)}$ separadamente. (2pts)

$\lim_{s\to 2^+} e^{s/(2-s)}$ : temos $s > 2 \Rightarrow s/(2-s) < 0 \Rightarrow s/(2-s) \xrightarrow{s\to 2^+} (-\infty)$

(da forma $2/0^-$) $\Rightarrow e^{s/(2-s)} \xrightarrow{s\to 2^+} 0$. (1pto)

$\lim_{s\to 2^-} e^{s/(2-s)}$ : temos $s<2$, mas $s>0 \Rightarrow s/(2-s) > 0 \Rightarrow s/(2-s) \xrightarrow{s\to 2^-} \infty$

(da forma $2/0^+$) $\Rightarrow e^{s/(2-s)} \xrightarrow{s\to 2^-} \infty$. (1pto)

(3) Mostre que $\lim_{x\to\infty} \left(\frac{1}{x+\operatorname{sen} x} + 4\right) = 4$. (2pts)

Para $x>1$, temos $x-1 \leqslant x + \operatorname{sen} x \leqslant x+1$ e então (com $x-1>0$)

$$\frac{1}{x+1} \leqslant \frac{1}{x+\operatorname{sen}x} \leqslant \frac{1}{x-1}.$$ (1pto)

Pelo Teorema do Confronto, como $\frac{1}{x+1} \xrightarrow{x\to\infty} 0$, também

$\frac{1}{x+\operatorname{sen}x} \xrightarrow{x\to\infty} 0$. (1pto)

(4) Enuncie o Teorema do Valor Intermediário. (2pts)

Se $f: [a,b] \to \mathbb{R}$ é contínua (1pto) e se $f(a) < u < f(b)$ ou $f(a) > u > f(b)$, então existe $x \in ]a,b[$ tal que $f(x) = u$ (1pto).